PHYSIKALISCHE ZEITSCHRIFT

No. 2. 15. Januar 1912. 13. Jahrgang.
Redaktionsschluß für No. 3 am 19. Januar 1912.

INHALT:

Originalmitteilungen:
Th. v. Kármán u. H. Rubach, Über den Mechanismus des Flüssigkeits- und Luftwiderstandes. S. 49.
A. S. Russell, Messungen von spezifischen Wärmen bei tiefen Temperaturen. S. 59.
A. Righi, Über die Funkenentladung in einem verdünnten Gase und ihre Umwandlung in ein Bündel magnetischer Strahlen. S. 65.
E. Meyer, Über Schweidlersche Schwankungen. S. 73.
N. Campbell, Nachschrift zu E. Meyers Arbeit. S. 81.
H. Benndorf, Über die Bestimmung der Geschwindigkeit transversaler Wellen in der äußersten Erdkruste. S. 83.
P. L. Mercanton, Einige einfache Vorlesungsversuche. S. 84.
Vorträge und Reden:
P. Zeeman, Der allgemeine Fall der magnetischen Zerlegung de Spektrallinien und seine Anwendung in der Astrophysik. S. 86.
Besprechungen:
W. Ritz, Gesammelte Werke. S. 95.
H. Th. Simon, Der elektrische Lichtbogen. S. 96.
Personalien. S. 96.

ORIGINALMITTEILUNGEN.

Über den Mechanismus des Flüssigkeits- und Luftwiderstandes[1]).

Von Th. v. Kármán und H. Rubach.

Der Widerstand, den ein gleichförmig bewegter Körper in einer unbegrenzten Flüssigkeit erfährt, ist der theoretischen Berechnung nur in dem Grenzfalle sehr langsamer Bewegung kleiner Körper bezw. sehr großer Zähigkeit des Mediums zugänglich. Man gelangt in diesem Falle zu einem Widerstand, der proportional ist der ersten Potenz der Geschwindigkeit, der Zähigkeitskonstante und — bei geometrisch ähnlicher Anordnung — den linearen Abmessungen des Körpers. Dem Gebiete dieses „linearen Widerstandsgesetzes" — das mit Rücksicht auf einige wichtige experimentelle Anwendungen besonders in der letzten Zeit viel besprochen wurde — steht als entgegengesetzter Grenzfall das Gebiet der verhältnismäßig großen Geschwindigkeiten gegenüber, für welches das sogenannte „quadratische Widerstandsgesetz" mit sehr guter Annäherung gilt. In diesem Gebiete — das fast sämtliche technisch wichtigen Fälle einschließt — ist der Widerstand so gut wie unabhängig von der Zähigkeit der Flüssigkeit und ist proportional der Dichte derselben, dem Quadrate der Geschwindigkeit und — wiederum bei geometrisch ähnlicher Anordnung — einem Flächenmaß des Körpers. In der Frage nach diesem quadratischen Flüssigkeitswiderstande ist auch die besonders wichtige Frage des Luftwiderstandes inbegriffen, da man durch Abschätzung der größten Dichteänderungen sich leicht überzeugen kann, daß bei den Geschwindigkeiten, die bei Luftfahrzeugen und Luftschrauben in Betracht kommen, durch die Vernachlässigung der Kompressibilität kein erheblicher Fehler begangen wird. Der Einfluß der Kompressibilität wird erst bei Geschwindigkeiten bedeutend, die mit der Schallgeschwindigkeit vergleichbar sind. In der Tat zeigt die Erfahrung, daß der Luftwiderstand in einem ziemlich weiten Bereich zwischen den ganz kleinen Geschwindigkeiten, bei denen die Zähigkeit der Luft noch eine Rolle spielt, und den sehr großen Geschwindigkeiten, die schon mit der Schallgeschwindigkeit vergleichbar sind, dem Quadrate der Geschwindigkeit mit sehr guter Annäherung proportional ist[1]). Allerdings hängt der Widerstand von Form und Lage des Körpers in so verwickelter Weise ab, daß es zumindest als außerordentlich schwer gelten muß, die Strömungsvorgänge so weit zu verfolgen, daß es möglich sei, den Widerstand zu einer bestimmten Körperform rein rechnerisch zu ermitteln, wie für sehr langsame Bewegung durch die Stokesschen Formeln in der Tat geschehen ist. Dies wird durch unsere nachfolgenden Untersuchungen auch nicht geleistet, doch wir wollen versuchen, den Mechanismus des dem Quadrate der Geschwindigkeit proportionalen Widerstandes wenigstens der theoretischen Einsicht näher zu bringen.

Man kann das Problem in folgender Weise etwas genauer fassen:

1) Die vorliegende Note bietet zunächst eine ausführlichere Darstellung der in zwei, in den „Nachrichten der Kgl. Gesellsch. der Wissenschaften zu Göttingen" veröffentlichten Noten von Th. v. Kármán dargelegten hydrodynamischen Untersuchungen über die Stabilität von Wirbelsystemen und der daraus gewonnenen Schlüsse für die Widerstandsfrage. Die daran anknüpfenden Versuche und Messungen sind durchaus provisorischen Charakters; genauere Messungen sollen einer bereits in Angriff genommenen Dissertation von H. Rubach vorbehalten bleiben.

1) Vergl. z. B. die äußerst interessanten Versuche von O. Föppl über die Gültigkeit des quadratischen Luftwiderstandsgesetzes. Dissertation, Aachen, S. 40 usf. (auch Jahrbuch der Motorluftschiff-Studiengesellschaft 1911).

Seit Osborne Reynolds' grundlegenden Betrachtungen über die mechanische Ähnlichkeit der Strömungsvorgänge bei inkompressiblen zähen Flüssigkeiten ist es bekannt, daß die Vorgänge in Flüssigkeiten mit verschiedener Dichte und Zähigkeit, ferner bei verschiedenen Geschwindigkeiten und — unter Bewahrung der geometrischen Ähnlichkeit — bei verschiedenen Abmessungen des Systems nur von einem einzigen Parameter, von einer Verhältniszahl der genannten Größen abhängig sind. So muß auch der Widerstand, den ein mit der gleichförmigen Geschwindigkeit U bewegter Körper in einer unbegrenzten inkompressiblen Flüssigkeit erfährt, einer allgemeinen Formel der Gestalt[1])

$$W = \mu l U f\left(\frac{U l \varrho}{\mu}\right) \qquad (I)$$

gehorchen, wobei

μ die Zähigkeit,
ϱ die Dichte der Flüssigkeit,
l eine feste — sonst aber beliebig gewählte — lineare Abmessung des Körpers und
$f\left(\frac{U l \varrho}{\mu}\right)$ eine Funktion der einzigen Variablen
$R = \frac{U l \varrho}{\mu}$ bedeutet. Wir wollen die dimensionslose Verhältniszahl R als Reynoldsschen Parameter einführen.

Theorie und Erfahrung zeigen nun, daß für sehr kleine Werte von R — d. h. für langsame Bewegung bezw. kleine Körperabmessungen oder große Zähigkeit — die Funktion $f(R)$ sehr wenig von einem konstanten Werte sich unterscheidet; der Widerstandskoeffizient in der Stokesschen Formel entspricht gerade dem Grenzwerte von $f(R)$ für $R = 0$. Das quadratische Widerstandsgesetz entspricht dagegen dem entgegengesetzten Grenzfall $R = \infty$. Wir kommen diesem Grenzfall offenbar immer näher, je kleiner die Zähigkeitskonstante μ ist, und so kann man im Grenzfall $R = \infty$ die Flüssigkeit offenbar als reibungslos ansehen. Und man kann sich fragen, welchem Grenzgebilde das Strömungsbild einer zähen Flüssigkeit um einen festen Körper zustrebt, falls wir zum Grenzfalle einer idealen Flüssigkeit übergehen? Dies ist — unserer Ansicht nach — der Kernpunkt der Widerstandsfrage.

Die Tatsache, daß man in diesem Falle einen Widerstand erhält, welcher so gut wie unabhängig ist von der Zähigkeitskonstante — wie dies nach Formel (I) dem quadratischen Widerstandsgesetz entspricht —, läßt vermuten, daß in diesem Grenzfalle der Widerstand durch Strömungsvorgänge bedingt ist, wie sie in einer idealen Flüssigkeit möglich sind.

Es ist nun sicher, daß weder die sogenannte „stetige" Potentialströmung, noch die von Kirchhoff und Helmholtz entdeckte „unstetige" Potentialbewegung diesen Grenzfall richtig darstellen können. Die stetige Potentialströmung liefert überhaupt keinen Widerstand gegen gleichförmige Bewegung des Körpers, wie sich dies durch allgemeine Impulssätze leicht zeigen läßt; die Theorie der diskontinuierlichen Potentialströmung, die mit Rücksicht auf das Widerstandsproblem hauptsächlich von Lord Rayleigh[1]) diskutiert wurde, führt zwar zu einem Widerstande, welcher proportional ist dem Quadrate der Geschwindigkeit; die berechneten Werte sind jedoch durchaus abweichend von den gemessenen. Und ganz abgesehen von der mangelhaften Übereinstimmung der zahlenmäßigen Resultate widerspricht die Annahme des „toten Wassers", welches nach dieser Theorie von dem Körper mitgeschleppt werden sollte, durchaus jeder Beobachtung. Man erkennt durch die primitivste Beobachtung, daß die Strömung in bezug auf ein mit dem Körper mitbewegtes Koordinatensystem durchaus nicht stationär ist, wie es nach dieser Theorie vorausgesetzt wird. Dementsprechend muß in der Theorie der diskontinuierlichen Potentialbewegung auch die Saugwirkung hinter dem Körper vollständig fehlen, da doch im toten Wasser, das sich bis ins Unendliche erstreckt, überall derselbe Druck herrscht, wie in der ungestörten Flüssigkeit in großer Entfernung von dem Körper. Nun ist aber nach neueren Messungen in vielen Fällen diese Saugwirkung geradezu maßgebend für den Widerstand, jedenfalls aber liefert sie einen erheblichen Beitrag.

Der Grund, weshalb die in einer idealen Flüssigkeit hydrodynamisch durchaus mögliche diskontinuierliche Potentialbewegung nicht zustande kommt, liegt ohne Zweifel in der Labilität der Diskontinuitätsfläche, wie sie schon bereits von Helmholtz erkannt und hauptsächlich von Lord Kelvin[2]) erörtert wurde. Die Diskontinuitätsfläche kann als eine „Wirbelschicht" aufgefaßt werden, und man kann ganz allgemein zeigen, daß eine solche stets labil ist. Man kann dies auch unmittelbar beobachten: man bemerkt, daß die Wirbelschicht die Tendenz zeigt, sozusagen sich selbst „aufzuwickeln", d. h. die Wirbelstärke wird in der Nähe von einzelnen Punkten konzentriert und von zwischenliegenden Teilen

1) Vergl. z. B. Lord Rayleigh, Phil. Mag. 21, 708, 1911.

1) On the resistance of fluids. Math. and phys. papers, Bd. I, S. 287.

2) Math. and phys. papers, Bd. IV, S. 215. — Die Abhandlung enthält eine ausführliche Kritik der Theorie der diskontinuierlichen Bewegung.

der Schicht entzogen. Diese Beobachtung führt zu der Fragestellung, ob es nicht etwa stabile Anordnungen von isolierten Wirbelfäden gibt, die als Endprodukt der aufgelösten Wirbelschicht betrachtet werden können. Diese Fragestellung bildet den Ausgangspunkt der folgenden Erörterungen; es zeigt sich in der Tat, daß man — wenigstens in dem einfachsten Falle einer ebenen Strömung, auf den wir uns beschränken wollen — zu einem Strömungsbild gelangt, welches der Wirklichkeit allem Anschein nach gut entspricht.

Die Stabilitätsuntersuchung.

Wir wollen die Frage dahin präzisieren, ob zwei Reihen paralleler, geradliniger Wirbelfäden von gleicher Stärke, aber entgegengesetztem Drehungssinn in der Weise angeordnet werden können, daß das ganze Gebilde ohne Änderung der Anordnung gleichförmig fortschreitet und dabei stabil bestehen kann. Es ist zunächst leicht einzusehen, daß es zwei Anordnungsweisen gibt, bei welchen die zwei parallelen Reihen unverändert fortschreiten können: wir können je zwei Wirbel einander gegenüberstellen (Anordnung *a* in Fig. 1), oder die eine Reihe mit der halben

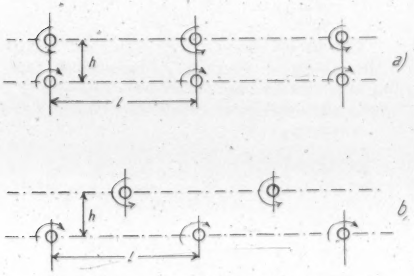


Fig. 1.

Teilung gegen die andere verschieben (Anordnung *b*). Bei gleichmäßiger Teilung der beiden Reihen folgt aus Symmetriegründen für beide Anordnungen, daß jeder Wirbelfaden die gleiche Geschwindigkeit in der x-Richtung erhält, und daß die Geschwindigkeit nach der y-Richtung verschwindet. Es fragt sich nun, welche dieser Anordnungen stabil sein kann?

Um die Methode der Stabilitätsuntersuchung an einem einfacheren Beispiel darzulegen, betrachten wir zunächst eine einzige Reihe von unendlich vielen Wirbelfäden mit der Teilung l und der Wirbelstärke ζ und untersuchen die Stabilität dieses Gebildes. Bezeichnen wir die Koordinaten des $p$ten Wirbelfadens mit x_p, y_p, die des q-ten Fadens mit x_q, y_q, so ist der Anteil der Geschwindigkeit des letzteren, die von dem ersteren herrührt, durch die Formeln

$$u_{pq} = \frac{\zeta}{2\pi}\frac{y_p - y_q}{(x_p - x_q)^2 + (y_p - y_q)^2},$$

$$v_{pq} = -\frac{\zeta}{2\pi}\frac{x_p - x_q}{(x_p - x_q)^2 + (y_p - y_q)^2}$$

gegeben. Die Formeln drücken die Gesetzmäßigkeit aus, daß jeder Wirbelfaden jedem anderen eine Geschwindigkeit erteilt, die senkrecht steht zur Verbindungslinie und der Entfernung umgekehrt proportional ist. Somit ist die gesamte Geschwindigkeit des q-ten Wirbelfadens

$$\frac{dx_q}{dt} = \frac{\zeta}{2\pi}\sum_{p=-\infty}^{\infty}\frac{y_p - y_q}{(x_p - x_q)^2 + (y_p - y_q)^2}$$

$$\frac{dy_q}{dt} = -\frac{\zeta}{2\pi}\sum_{p=-\infty}^{\infty}\frac{x_p - x_q}{(x_p - x_q)^2 + (y_p - y_q)^2},$$

wobei $p = q$ aus der Summation auszuschließen ist. Werden nun die Wirbelfäden von den Gleichgewichtslagen um kleine Beträge ξ_p, η_p verschoben, so können wir die Geschwindigkeiten nach diesen Größen entwickeln, und wir gelangen offenbar zu einem System von Differentialgleichungen für die Störungen ξ_p, η_p, oder für die „kleinen Schwingungen" des Systems.

Wir setzen daher

$$x_p = pl + \xi_p,$$
$$y_p = \eta_p,$$

und man erhält durch Vernachlässigung quadratischer Terme in den ξ, η

$$\frac{d\xi_q}{dt} = \frac{\zeta}{2\pi}\sum_{p=-\infty}^{\infty}\frac{\eta_p - \eta_q}{(p-q)^2 l^2},$$

$$\frac{d\eta_q}{dt} = \frac{\zeta}{2\pi}\sum_{p=-\infty}^{\infty}\frac{\xi_p - \xi_q}{(p-q)^2 l^2}.$$

Die so erhaltenen, unendlich vielen Differentialgleichungen werden auf zwei zurückgeführt durch den Ansatz

$$\xi_p = \xi_0 e^{ip\varphi},$$
$$\eta_p = \eta_0 e^{ip\varphi}.$$

Die beiden Differentialgleichungen lauten alsdann

$$\frac{d\xi_0}{dt} = \eta_0 \frac{\zeta}{2\pi}\sum_{p=-\infty}^{\infty}\frac{e^{ip\varphi} - 1}{p^2 l^2},$$

$$\frac{d\eta_0}{dt} = \xi_0 \frac{\zeta}{2\pi}\sum_{p=-\infty}^{\infty}\frac{e^{ip\varphi} - 1}{p^2 l^2}; \text{ wobei } p \neq 0.$$

Der physikalische Sinn des Ansatzes ist einleuchtend: wir betrachten Bewegungen, bei

welchen die einzelnen — an und für sich gleichberechtigten — Wirbelfäden dieselbe Bewegung ausführen, nur mit dem „Phasenunterschiede“ φ gegeneinander verschoben. Wir haben daher mit wellenartigen Störungen zu tun, und das System werden wir stabil nennen, falls für beliebige Werte von φ, d. h. für beliebige Werte der „Phasenverschiebung“ zwischen zwei benachbarten Wirbelfäden die Amplitude der Störung zeitlich nicht zunimmt.

Für die in den Gleichungen vorkommende Summe wollen wir setzen

$$\varkappa(\varphi) = \frac{\zeta}{2\pi} \sum_{p=-\infty}^{\infty} \frac{e^{ip\varphi} - 1}{p^2 l^2} = \frac{\zeta}{\pi l^2} \sum_{p=1}^{\infty} \frac{\cos(p\varphi) - 1}{p^2}.$$

Alsdann lauten die Gleichungen

$$\frac{d\xi_0}{dt} = \varkappa(\varphi)\, \eta_0,$$

$$\frac{d\eta_0}{dt} = \varkappa(\varphi)\, \xi_0.$$

Setzen wir nun ξ_0 und η_0 proportional $e^{\lambda t}$, so erhalten wir für jeden Wert φ zwei Werte für λ, und zwar wird

$$\lambda = \pm \varkappa(\varphi).$$

Daraus folgt, daß das Gebilde labil ist und zwar für beliebige periodische Störungen, da stets ein positiver reeller Wert für λ, d. h. eine Bewegung mit wachsender Amplitude vorhanden ist.

Wenden wir dieselbe Methode auf den Fall der beiden Wirbelreihen an, so ergibt sich, daß die Anordnung a, d. h. die symmetrische Anordnung ebenfalls labil ist, dagegen gibt es bei der Anordnung b einen Wert der Verhältniszahl $\frac{h}{l}$ (h Abstand der Wirbelreihen, l Teilung), bei dem das Gebilde sich stabil verhält.

Für beide Anordnungen läßt sich λ in der Form darstellen:

$$\frac{\pi}{\zeta}\lambda = +i\,(B + \sqrt{C^2 - A^2}),$$

wobei A, B, C Funktionen der „Phasenverschiebung“ φ sind und nun müßte, damit das Gebilde stabil sei, für beliebige Werte von φ $C^2 - A^2$ positiv sein.

Für die symmetrische Anordnung a sind die Funktionen A, B, C durch die Formeln gegeben:

$$A(\varphi) = \frac{1}{2h^2} - \sum_{p=1}^{\infty} \frac{p^2 l^2 - h^2}{(p^2 l^2 + h^2)^2} + \sum_{p=1}^{\infty} \frac{1 - \cos p\varphi}{p^2 l^2},$$

$$B(\varphi) = \sum_{p=1}^{\infty} \frac{p^2 l^2 - h^2}{(p^2 l^2 + h^2)^2} \sin(p\varphi),$$

$$C(\varphi) = \frac{1}{2h^2} - \sum_{p=1}^{\infty} \frac{p^2 l^2 - h^2}{(p^2 l^2 + h^2)^2} \cos(p\varphi).$$

Nun ist für $\varphi = \pi$

$$A(\pi) = \frac{\pi^2}{8 l^2}\left[\operatorname{Cotg} \mathfrak{h}^2\left(\frac{h\pi}{l}\right) - \operatorname{Tg} \mathfrak{h}^2\left(\frac{h\pi}{l}\right)\right]$$

$$C(\pi) = \frac{\pi^2}{8 l^2}\left[\operatorname{Cotg} \mathfrak{h}^2\left(\frac{h\pi}{l}\right) - \operatorname{Tg} \mathfrak{h}^2\left(\frac{h\pi}{l}\right)\right],$$

so daß die Anordnung bei beliebigen Werten von h und l labil ist.

Für die unsymmetrische Anordnung b lauten die Formeln:

$$A(\varphi) = -\sum_{p=0}^{\infty} \frac{(p + {}^1/_2)^2 l^2 - h^2}{[(p + {}^1/_2)^2 l^2 + h^2]^2} + \sum_{p=1}^{\infty} \frac{1 - \cos(p\varphi)}{p^2 l^2},$$

$$B(\varphi) = \sum_{p=0}^{\infty} \frac{(p + {}^1/_2)^2 l^2 - h^2}{[(p + {}^1/_2)^2 l^2 + h^2]^2} \sin(p + {}^1/_2)\varphi,$$

$$C(\varphi) = \sum_{p=0}^{\infty} \frac{(p + {}^1/_2)^2 l^2 - h^2}{[(p + {}^1/_2)^2 l^2 + h^2]^2} \cos(p + {}^1/_2)\varphi.$$

Nun ist offenbar $C(\pi) = 0$, so daß an der Stelle $\varphi = \pi$ A ebenfalls verschwinden muß, da sonst infolge des doppelten Vorzeichens λ einen positiven reellen Teil hat. Dies liefert die Bedingung:

$$\sum_{p=0}^{\infty} \frac{(p + {}^1/_2)^2 l^2 - h^2}{[(p + {}^1/_2)^2 l^2 + h^2]^2} = \sum_{p=0}^{\infty} \frac{2}{(2p+1)^2 l^2}.$$

Nun ist

$$\sum_{p=0}^{\infty} \frac{(p + {}^1/_2)\, l^2 - h^2}{[(p + {}^1/_2)\, l^2 + h^2)^2} = \frac{\pi^2}{2 l^2 \operatorname{Cof} \mathfrak{h}^2 \frac{\pi h}{l}},$$

$$\sum_{p=0}^{\infty} \frac{2}{(2p+1)^2 l^2} = \frac{\pi^2}{4 l^2},$$

so daß wir als notwendige Bedingung der Stabilität die Beziehung

$$\operatorname{Cof} \mathfrak{h} \frac{h\pi}{l} = \sqrt{2}$$

erhalten. Für die Verhältniszahl $\frac{h}{l}$ ergibt sich daraus der Wert

$$\frac{h}{l} = 0{,}283\ldots$$

Für eine bestimmte Wellenlänge der Störung — entsprechend dem Werte $\varphi = \pi$ — erhalten

wir $\lambda = 0$, d. h. das System ist gerade in indifferentem Zustande. Es läßt sich aber leicht durch Rechnung zeigen, daß unser ausgezeichnetes System sich gegen sämtliche übrigen Störungen entschieden stabil verhält. Jene einzige Störung müßte eigentlich durch weitere Entwicklung geprüft werden. Es ist jedoch einzusehen, daß eine Nullwurzel für λ stets auftreten muß, falls es nur ein einziges ausgezeichnetes stabiles System gibt. Sonst würde sich eben für die Verhältniszahl $\left(\frac{l}{h}\right)$ ein endlicher Stabilitätsbereich ergeben[1]).

Das Strömungsbild.

Die Stabilitätsbetrachtung führte uns zu dem Resultate, daß es eine ausgezeichnete Anordnung von Wirbelfäden gibt, die als stabil gelten kann. Die Wirbelfäden der beiden Reihen sind bei dieser Anordnung gegeneinander mit der halben Teilung versetzt und das Verhältnis des Abstandes h der beiden Reihen zu der Teilung l beträgt

$$\frac{h}{l} = \frac{1}{\pi} \operatorname{Arc\,Cos\,h} \sqrt{2} = 0{,}283\ldots$$

Das ganze Gebilde schreitet mit der Geschwindigkeit

$$u = \frac{\zeta}{\pi} \sum_{p=0}^{\infty} \frac{h}{\left(p + \frac{1}{2}\right)^2 l^2 + h^2}$$

fort. Durch Summation erhalten wir

$$u = \frac{\zeta}{2l} \operatorname{Tg\,h} \frac{\pi h}{l}$$

oder durch Einführung des durch die Stabilitätsbedingung gelieferten Wertes $\frac{h}{l}$

$$u = \frac{\zeta}{l\sqrt{8}}.$$

Die Strömung ist gegeben durch das komplexe Potential [φ Potential, ψ Stromfunktion]

$$\chi = \varphi + i\psi = \frac{i\zeta}{2\pi} \log \frac{\sin (z_0 - z)\frac{\pi}{l}}{\sin (z_0 + z)\frac{\pi}{l}},$$

wobei

$$z_0 = \frac{l}{4} + \frac{hi}{2}$$

gesetzt wurde.

1) Von mathematischem Standpunkte aus kann unsere Stabilitätsuntersuchung als eine unmittelbare Anwendung der Sätze von Herrn O. Töplitz über Zyklanten mit unendlich vielen Elementen angesehen werden, die er teilweise in zwei Abhandlungen (Göttinger Nachrichten **1907**, S. 110; Math. Annalen **1911**, S. 351) veröffentlicht, teilweise uns in freundlicher Weise persönlich mitgeteilt hat.

Wir haben nun die entsprechenden Stromlinien nach dieser Formel gerechnet und in Fig. 2 gezeichnet. Man sieht, daß ein Teil der Stromlinien um die Wirbelmittelpunkte sich schließt, während ein anderer Teil sich zwischen den Wirbeln durchschlängelt.

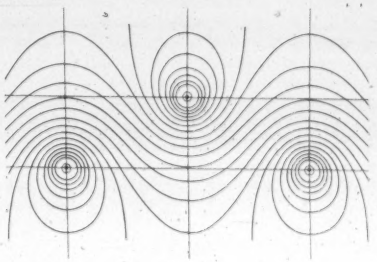


Fig. 2.

Andererseits haben wir versucht, das Strömungsbild hinter einem durch das ruhende Wasser geschleppten Körper (schmale Platte, Kreiszylinder) durch Bestreuung der Wasseroberfläche mit Likopodiumsamen sichtbar zu machen und durch kurze Zeitaufnahmen (Belichtungsdauer $^1/_{10}$ Sekunde) photographisch festzuhalten. Einige dieser Aufnahmen sind in den Figuren 3 bis 6[1]) wiedergegeben.

Die regelmäßig abwechselnde Anordnung der Wirbelfäden ist offenbar nicht zu verkennen. Zumeist sind auch die Wirbelzentra gut bestimmt; allerdings wird das Bild manchmal durch einen kleinen „Nebenwirbel" gestört, der höchstwahrscheinlich durch kleine Erzitterungen des Körpers entsteht, die bei diesen provisorischen Schleppversuchen nicht vermieden werden konnten. Wir haben einen Kanal zur Verfügung gehabt, dessen Boden durch ein um zwei Rollen laufendes Band gebildet wurde, und die Versuchsobjekte wurden einfach auf das bewegliche Band gesetzt und durch dieses mitgenommen. Es ist zu erhoffen, daß man mittels einer eigens zu diesem Zwecke konstruierten Schleppvorrichtung noch viel regelmäßigere Strömungsbilder erhalten wird, während bei den bisherigen Versuchen die Strömung einerseits durch die Erzitterungen des Körpers, andererseits durch die Wasserströmung, die das laufende Band selbst erzeugte, gestört wurde.

Die abwechselnde Anordnung der nach links und nach rechts drehenden Wirbelfäden kann offenbar nur so zustande kommen, daß die Wirbelfäden beiderseits abwechselnd vom Körper sich loslösen. So entsteht hinter dem

1) Die Figuren 3—10 befinden sich auf den Tafeln VII u. VIII.

Körper eine periodisch hin- und herpendelnde Bewegung, und zwar mit solcher Regelmäßigkeit, daß die Frequenz dieser „Pendelung" ziemlich genau bestimmt werden kann. Der periodische Charakter der Bewegung im sogenannten „Wirbelschwanz" wurde schon vielfach beobachtet. So bemerkte Benard[1]), daß das Störungsbild hinter einem schmalen Hindernis in Wirbelfelder mit abwechselndem Rotationssinn eingeteilt werden kann. Auch bei Wasserströmungen um Ballonmodelle wurde die Pendelung des Wirbelfeldes beobachtet[2]). Schließlich hat v. d. Borne[3]) in neuester Zeit die abwechselnde Entstehung von Wirbelfäden bei Luftströmungen um verschiedene Hindernisse konstatiert und photographisch festgehalten. Allerdings konnte die Erscheinung bisher nicht erklärt werden; nach unserer Stabilitätsbetrachtung erscheint nun die periodische Abwechslung als natürliche Folge der Labilität der symmetrischen Anordnung[4]).

Es ist auch ganz interessant zu beobachten, wie die stabile Konfiguration zustande kommt. Wird z. B. der Körper von der Ruhe aus (oder umgekehrt der Flüssigkeitsstrom um den Körper) in Bewegung gesetzt, so entsteht zuerst eine Art „Trennungsschicht", die sich allmählich aufzuwickeln beginnt, und zwar zunächst symmetrisch an beiden Seiten des Körpers, bis irgendeine kleine Störung die Symmetrie zerstört, womit dann die pendelnde Bewegung eintritt. Die Pendelung bleibt nunmehr bestehen, entsprechend der regelmäßigen Abwechslung der links und rechts sich loslösenden Wirbelfäden.

Eine zweite Reihe von unseren Aufnahmen (Fig. 7–10) bezieht sich auf den Fall des ruhenden Körpers im gleichförmigen Wasserstrom. Für diesen Fall kann man das Strömungsbild aus Fig. 2 dadurch ableiten, daß man eine gleichförmige horizontale Geschwindigkeit superponiert denkt. Es müssen also in durch die Wirbelzentra zur Strömungsrichtung senkrecht gelegten Schnitten Staupunkte entstehen, wo sich die Stromlinien kreuzen und die Geschwindigkeit Null ist. Diese Punkte sind an den Bildern leicht zu entdecken. Allerdings, wie bei den Schleppversuchen die Erschütterungen des Versuchsobjekts, so stört in diesem Falle die kaum zu vermeidende Turbulenz der Wasserströmung.

Was nun die quantitative Übereinstimmung mit der Theorie anbelangt, so bezieht sich die von uns abgeleitete Stabilitätsbedingung auf Wirbelreihen, die sich beiderseits bis ins Unendliche erstrecken, so daß wir eine Übereinstimmung der berechneten Verhältniszahl $\frac{h}{l}$ (Abstand der beiden Reihen durch Teilung) mit der gemessenen erst in einigem Abstand von dem Körper erwarten können. Die Ausmessung der photographischen Aufnahmen zeigte, daß die Teilung l sehr regelmäßig ist, so daß sie ziemlich genau gemessen werden kann, daß dagegen der Abstand h vielmehr veränderlich ist, offenbar deshalb, weil die Wirbelzentra hauptsächlich in senkrechter Richtung Störungen ausgesetzt sind, d. h. hauptsächlich starke Transversalschwingungen ausführen. Die genauen Mittellagen der Wirbelzentra könnten natürlich am besten durch kinematographische Aufnahmen bestimmt werden, es stößt aber auf keine besondere Schwierigkeit, die Mittellinie der einzelnen Wirbelreihen auch an der einfachen photographischen Aufnahme durch Ausgleichung mit genügender Sicherheit festzustellen.

So erhalten wir für die Verhältniszahl $\frac{h}{l}$ bei Aufnahmen mit einem Kreiszylinder von 1,5 cm Durchmesser, falls wir etwa über die ersten zwei oder drei Wirbelpaare hinausgehen, folgende Mittelwerte für h und l:

$$h = 1{,}8 \text{ cm},$$
$$l = 6{,}4 \text{ cm},$$

somit

$$\frac{h}{l} = 0{,}28.$$

Bei der Strömung um eine Platte von 1,75 cm Breite erhalten wir

$$h = 3{,}0 \text{ cm},$$
$$l = 9{,}8 \text{ cm},$$

somit

$$\frac{h}{l} = 0{,}305.$$

Die Übereinstimmung mit dem theoretischen Werte 0,283 ist also eine durchaus befriedigende.

Für die ersten Wirbelpaare hinter dem Körper fällt $\frac{h}{l}$ bedeutend größer, etwa bis $\frac{h}{l} = 0{,}35$ aus. Nun wurde in der ersten der zitierten Kármánschen Arbeiten die Stabilität des Wirbelsystems in der Weise untersucht, daß sämtliche Wirbelfäden bis auf ein Paar festgehalten werden und das freie Wirbelpaar in dem Geschwindigkeitsfelde der übrigen schwingt. Mit dieser Annahme ergab sich $\frac{h}{l} = \frac{1}{\pi} \operatorname{Ar} \operatorname{Cos} \mathfrak{h} \sqrt{3} = 0{,}36 \ldots$ Wir glauben

1) Compt. Rend., Paris **148**, 839, 1908.
2) Technical report of the advisory committee for aeronautics 1910/11.
3) Vorgetragen bei der Tagung der Vertreter der Flugwissenschaft in Göttingen. Nov. 1911.
4) Durch diese Periodizität ist — worauf uns Herr Prof. C. Runge aufmerksam machte — auch der Ton bestimmt, den ein in der Luft rasch bewegter Stab erzeugt.

daraus schließen zu dürfen, daß in der Nähe des Körpers, wo die Wirbelfäden offenbar mehr gehemmt werden, das Verhältnis $\frac{h}{l}$ größer als 0,283 ausfällt und mehr dem Werte 0,36 sich nähert.

Anwendung des Impulssatzes auf die Berechnung des Widerstandes.

Halten wir an der Annahme fest, daß in einiger Entfernung hinter dem Körper eine Strömung herrscht, die von der soeben theoretisch abgeleiteten stabilen Wirbelkonfiguration nicht erheblich abweicht, in einer Entfernung vor dem Körper aber, die groß ist gegen die Abmessungen des Körpers, die Flüssigkeit — wie es wohl anzunehmen ist — sich in Ruhe befindet, so gelangen wir durch Anwendung des Impulssatzes zu einem ganz bestimmten Ausdrucke für den Widerstand, den der Körper bei gleichförmiger Fortschreitung durch die Flüssigkeit erfahren muß. Praktisch wird uns durch diese Berechnung des ebenen Problems der Widerstand gegeben, der bei einem senkrecht zur Strömungsebene sehr weit ausgedehnten Körper auf die Längeneinheit kommt.

Wir bedienen uns eines Koordinatensystems, das selbst mit der Geschwindigkeit u mit dem Wirbelsystem fortschreitet. In diesem System ist nach unserer Voraussetzung in hinreichend großer Entfernung von dem Körper sowohl die Wirbelbewegung hinter dem Körper, als der Zustand vor dem Körper stationär, und zwar herrscht relativ zu diesem Koordinatensystem vorne eine gleichförmige Strömung mit der Geschwindigkeit $-u$, hinter dem Körper aber sind die Geschwindigkeitskomponenten offenbar durch die Größen $-u + \frac{\partial \psi}{\partial y}$ und $-\frac{\partial \psi}{\partial x}$ gegeben, wobei ψ den reellen Teil des komplexen Potentials

$$\chi = \varphi + i\psi = \frac{i\zeta}{2\pi} \log \frac{\sin\left(z_0 + z\right)\frac{\pi}{l}}{\sin\left(z_0 - z\right)\frac{\pi}{l}}$$

bedeutet. Der Körper selbst eilt relativ zu unserem Koordinatensystem mit der Geschwindigkeit $U - u$ vor, falls U seine absolute Geschwindigkeit bedeutet. Bezeichnen wir nun die Teilung der Wirbelreihen wieder mit l, so muß offenbar infolge der Voreilung des Körpers in der Zeit $T = \frac{l}{U - u}$ gerade an beiden Seiten je ein Wirbelfaden entstehen. Wir berechnen nun die Zunahme des nach der x-Achse gerichteten Impulses in diesem Zeitraum T (d. h. zwischen zwei Zeitpunkten, in welchen der Strömungszustand sich genau wiederholt), und zwar für einen festen Teil der Ebene, den wir in der nachfolgenden Weise abgrenzen (Fig. 11). Wir nehmen als seitliche Begrenzung zwei parallele Geraden $y = +\eta$, nach vorne und nach hinten je eine Gerade $x = \text{const}$ in einer Entfernung von dem Körper, die groß ist gegen die Abmessungen desselben und zwar sei die Abgrenzung durch das Wirbelsystem so gewählt, daß sie den Abstand zwischen zwei benachbarten Wirbelfäden mit entgegengesetztem Drehungssinn gerade halbiert. Wenn die Entfernung der Begrenzungslinien groß ist gegen die Abmessungen des Körpers, so dürfen wir längs derselben für die Geschwindigkeitskomponenten jene Werte einsetzen, die wir oben festgesetzt haben.

Für einen so abgegrenzten Raum muß die Beziehung gelten, daß der auf den Körper übertragene Impuls $\int_0^T W\,dt$ (wobei W den Widerstand bedeutet) gleich ist der Differenz der Impulsmengen, die in dem abgegrenzten Raum für $t = \tau$ und $t = \tau + T$ vorhanden sind, abzüglich der von außen hereintransportierten Impulsmenge + des Zeitintegrals der Drücke an den Begrenzungslinien. Faßt man nämlich die Kraft $-W$ und den Druck als äußere Kräfte auf, die auf das Gesamtsystem Flüssigkeit + Körper wirken, so müssen sie für die Zunahme der Impulsmenge aufkommen, d. h. für den Mehrbetrag an Impulsmenge nach der Zeit T, abzüglich der Impulsmenge, die an den Begrenzungsflächen hineintransportiert wurde.

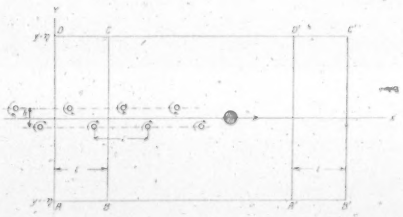


Fig. 11.

Wir wollen diese Beträge einzeln berechnen. Der Mehrbetrag an Impulsmenge nach der Zeit T ist gleich der Differenz der Werte, die das Doppelintegral $\varrho \int\int u(x, y)\,dx\,dy$ zur Zeit $t = \tau$ und $t = \tau + T$ annimmt. Nun ist aber der Zeitraum so gewählt worden, daß die Strömungszustände sich genau reproduzieren, mit dem Unterschiede, daß der Körper mit dem Wege $l = (U - u)\,T$ weitergerückt ist.

Das gesamte Doppelintegral reduziert sich daher auf die Differenz der Integrale über die Streifen $A\,B\,C\,D$ und $A'\,B'\,C'\,D'$ beide von der Breite l. Für den Streifen $A'\,B'\,C'\,D'$ können wir jedoch die Geschwindigkeit gleich $-u$ setzen, in dem Streifen $A\,B\,C\,D$ gleich $-u+\frac{\partial \psi}{\partial y}$, so daß der ganze Betrag lautet:

$$J_1 = \varrho \int_{v-v}^{v} \int_{-u}^{u} \frac{\partial \psi}{\partial y}\, dx\, dy.$$

Gehen wir mit den seitlichen Grenzen zu $\eta = \infty$ über, so berechnet sich J_1 in überaus einfacher Weise zu

$$J_1 = \varrho\, \zeta\, h,$$

wie es übrigens durch Anwendung von allgemeinen Sätzen über den Impuls von Wirbelsystemen sich unmittelbar ergibt.

Die Summe der hineintransportierten Impulsmenge und des Zeitintegrals der Druckkräfte wollen wir in einem Ausdruck vereinen, da man in dieser Weise zu einfacheren Resultaten gelangt. Nimmt man eine beliebige ebene stationäre Potentialströmung mit den Geschwindigkeitskomponenten $u\,(x, y)$ und $v\,(x, y)$ und grenzt man einen festen Teil der Ebene ab, so ist die sekundlich hineintransportierte nach x gerichtete Impulsmenge offenbar durch das geschlossene Integral $\varrho \int (u^2\, dy - u\, v\, dx)$ gegeben, falls u, v die Geschwindigkeitskomponenten am Rande sind. Die Druckkräfte liefern die Resultierende nach der x-Richtung $\int p\, dy$ oder da für stationäre Potentialströmung die Beziehung gelten muß

$$p = \text{const} - \varrho\, \frac{u^2 + v^2}{2},$$

so wird die — mit der Zeit T multiplizierte — Summe der beiden Integrale

$$J_2 = T \int \varrho\, (u^2\, dy - u\, v\, dx) + \int p\, dy = \\ = T \varrho \int \left[\frac{u^2 - v^2}{2} dy - u\, v\, dx \right]$$

oder falls wir die komplexe Größe

$$w = u - i\, v = \frac{\partial\, (\varphi + i\, \psi)}{\partial\, (x + i\, y)} = \frac{\partial \chi}{\partial z}$$

einführen,

$$J_2 = \varrho\, Jm \left(\int w^2\, dz \right),$$

wobei unter Jm der imaginäre Teil des Integrals verstanden werden soll.

Setzen wir nun für die Begrenzungslinie im allgemeinen

$$u = -u + u' \\ v = v',$$

so heben sich zunächst die Glieder mit u^2 auf, dann auch die Glieder mit u wegen der Gleichheit der ein- und ausströmenden Flüssigkeitsmenge und es bleiben nur Terme mit u'^2 und $u'\,v'$ bestehen. Diese liefern aber offenbar nur längs jener Begrenzungslinie einen endlichen Betrag, die durch das Wirbelsystem geht ($A\,D$ in Fig. 11). Gehen wir wieder zu $\eta = \infty$ über, so wird

$$J_2 = T \varrho\, Jm \left\{ \int_{-i\infty}^{i\infty} \left(\frac{d\chi}{dz} \right)^2 dz \right\}$$

integriert längs $A\,D$ oder aber

$$J_2 = T \varrho\, Jm \left\{ \int_{\chi(-i\infty)}^{\chi(i\infty)} \frac{d\chi}{\frac{d\chi}{dz}}\, d\chi \right\}.$$

Nun ist aber

$$w = \frac{d\chi}{dz} = -\frac{\zeta}{l} \mathfrak{Tg}\mathfrak{h} \frac{h\pi}{l} - \frac{i\zeta}{l} \frac{\cos \frac{2\pi\chi}{\zeta}}{\mathfrak{Cos}\mathfrak{h} \frac{h\pi}{l}}$$

und man erhält durch Integration und Einsetzen der Werte

$$\chi(i\infty) = \frac{\zeta}{4} - i \frac{h\zeta}{2l}$$

$$\chi(-i\infty) = -\frac{\zeta}{4} + i \frac{h\zeta}{2l}$$

$$J_2 = T \varrho \left(\frac{\zeta u h}{l} - \frac{\zeta^2}{2\pi l} \right),$$

wobei statt $\frac{\zeta}{2l} \mathfrak{Tg}\mathfrak{h} \frac{h\pi}{l}$ wieder u gesetzt wurde.

Somit beträgt die gesamte auf den Körper übertragene Impulsmenge

$$\int_0^T W\, dt = \varrho\, \zeta\, h - T \varrho \left(\frac{\zeta u h}{l} - \frac{\zeta^2}{2\pi l} \right).$$

Setzen wir statt des Mittelwertes $\frac{1}{T} \int_0^T W\, dt$ schlechthin W (als zeitlichen Mittelwert des Widerstandes), so ergibt sich für W mit $T = \frac{l}{U - u}$ die Endformel

$$W = \varrho\, \zeta \frac{h}{l} (U - 2u) + \varrho \frac{\zeta^2}{2\pi l}. \qquad \text{(II)}$$

Der Widerstand erscheint hier ausgedrückt durch die drei charakteristischen Konstanten der Wirbelkonfiguration ζ, h, l (da u durch dieselben ausgedrückt werden kann). Dabei wurde in der Ableitung die Stabilitätsbedingung noch nicht benutzt, so daß die Formel für beliebige Werte von $\frac{h}{l}$ gilt. Falls wir z. B. die Wirbelfäden ganz dicht zusammenrücken lassen, so daß dabei die Gesamtwirbelstärke für die

Längeneinheit endlich bleibt, so kommen wir zu dem Fall der kontinuierlichen Wirbelschicht. In diesem Falle wird $\frac{\zeta}{l} = U$, jedoch $\frac{\zeta^2}{l} = 0$, ferner $u = \frac{U}{2}$, so daß sich ein Widerstand Null ergibt. Eine Helmholtzsche unstetige Potentialbewegung liefert daher, falls die Breite des toten Wassers endlich bleibt, keinen Widerstand, wie dies übrigens von allgemeinen Sätzen aus bewiesen werden kann.

Die Widerstandsformel.

Die soeben abgeleitete allgemeine Formel wollen wir nun dadurch spezialisieren, daß wir die Beziehungen zwischen den Größen ζ und u, ferner h und l entsprechend der Stabilitätsbedingung einführen. Für die Fortschreitungsgeschwindigkeit gilt

$$u = \frac{\zeta}{l\sqrt{8}};$$

ferner beträgt

$$\frac{h}{l} = 0{,}283,$$

so daß wir setzen können

$$W = \varrho l \left\{0{,}283\sqrt{8}\,u(U-2u) + \frac{4}{\pi}u^2\right\}.$$

Führen wir in üblicher Weise eine dimensionslose Zahl als „Widerstandsziffer" auf Grund der Formel

$$W = \psi_W \varrho d U^2$$

ein, wo d eine geeignet gewählte charakteristische Abmessung des Körpers ist, auf die wir den Widerstand beziehen wollen, so wird die Widerstandsziffer ψ_W durch die zwei Verhältniszahlen $\frac{u}{U}$ und $\frac{l}{d}$ folgendermaßen ausgedrückt:

$$\psi_W = \left\{0{,}799\frac{u}{U} - 0{,}323\left(\frac{u}{U}\right)^2\right\}\frac{l}{d}. \quad \text{(III)}$$

Wir haben somit die Widerstandsziffer, die sonst nur durch unmittelbare Kraftmessung beobachtet werden kann, hier durch zwei Größen ausgedrückt, die man aus den Strömungsvorgängen unmittelbar entnehmen kann, namentlich durch die zwei Verhältniszahlen

$$\frac{u}{U} = \frac{\text{Geschwindigkeit des Wirbelsystems}}{\text{Geschwindigkeit des Körpers}},$$

und

$$\frac{l}{d} = \frac{\text{Teilung der Wirbelreihen}}{\text{Bezugsmaß des Körpers}}.$$

Beide Größen können entsprechend der Ähnlichkeit der Vorgänge innerhalb des Anwendungsgebiets des quadratischen Widerstandsgesetzes nur von der Körperform abhängen.

Diese beiden Größen sind nun sehr leicht der Beobachtung zugänglich. Die Verhältniszahl $\frac{l}{d}$ ist aus den photographischen Aufnahmen unmittelbar zu entnehmen, während das Verhältnis $\frac{u}{U}$ durch die Anzahl der entstehenden Wirbelfäden in einfacher Weise bestimmt ist. Bezeichnen wir die Zeit zwischen zwei Momenten, in welchen das Strömungsbild gerade sich reproduziert, wieder mit T, so können wir zunächst die anschauliche Größe $l_0 = UT$ einführen, d. h. den Weg, den der Körper während der Periode T zurücklegt. Diese Größe muß für denselben Körper von der Geschwindigkeit unabhängig sein und das Verhältnis $\frac{l}{l_0}$ darf bei ähnlich vergrößerten Körpern auch von den Abmessungen nicht abhängen, sondern nur von der Gestalt. Berücksichtigt man, daß $T = \frac{l}{U-u}$ ist, so steht $\frac{u}{U}$ mit $\frac{l}{l_0}$ alsdann in der einfachen Beziehung

$$\frac{u}{U} = 1 - \frac{l}{l_0}.$$

Wir haben nun durch einige provisorische Messungen zunächst die Ähnlichkeitsregel geprüft und dann die Widerstandsziffer für eine senkrecht gestellte ebene Platte und einen Kreiszylinder berechnet, um uns zu überzeugen, ob die so berechneten Werte mit den Luftwiderstandsmessungen wenigstens an Größenordnung übereinstimmen.

Unsere Messungen bezogen sich zunächst auf zwei Platten von 1,75 und 2,70 cm Breite und 25 cm Länge, und wir haben für je zwei Geschwindigkeiten u die Periode T gemessen und die Größe $l_0 = UT$ gerechnet. Zur Zeitmessung bedienten wir uns eines Chronographen und die Periode wurde von uns beiden an beiden Wirbelreihen unabhängig beobachtet. Es ergab sich

für die schmälere Platte

$U =$	10,0 cm/sec	15,1 cm/sec
$T =$	1,26 sec	0,805 sec
$UT =$	12,6 cm	12,1 cm

im Mittel 12,3 cm,

für die breitere Platte

$U =$	9,6 cm/sec	15,5 cm/sec
$T =$	1,99 sec	1,20 sec
$UT =$	19,1 sec	18,6 sec

im Mittel 18,8 cm.

Das Verhältnis der Plattenreihen beträgt

$$\frac{27{,}0}{17{,}5} = 1{,}54$$

und das der Größen $l_0 = UT$

$$\frac{18{,}8}{12{,}3} = 1{,}52,$$

so daß die Ähnlichkeitsregel in jeder Weise bestätigt wird.

Für einen Kreiszylinder von etwa 1,5 cm Durchmesser haben wir ebenfalls zwei Geschwindigkeiten untersucht. Es ergaben sich die Werte

$U = 11{,}0$ cm/sec	15,8 cm/sec
$T = 0{,}66$ sec	0,48 sec
$UT = 7{,}3$ cm	7,5 cm

im Mittel 7,4 cm.

Aus den Werten $l_0 = UT$ läßt sich für die Platte und für den Zylinder das Verhältnis der Geschwindigkeiten $\frac{u}{U}$ berechnen. Es wird

für die Platte $\frac{u}{U} = 0{,}20$,

für den Zylinder $\frac{u}{U} = 0{,}14$;

ferner ergibt sich mit den früher angeführten Werten für l

für die Platte $\frac{l}{d} = 5{,}5$,

für den Zylinder $\frac{l}{d} = 4{,}3$,

wobei d die Breite der Platte bezw. den Durchmesser des Zylinders bedeutet. Man erhält daher die Widerstandsziffer

für die Platte $\psi_W = \mathbf{0{,}80}$,

für den Zylinder $\psi_W = \mathbf{0{,}46}$.

Nun liefern die Föppl'schen Luftwiderstandsmessungen[1]) für eine Platte mit dem Breitenverhältnis 1 : 10 die Widerstandsziffer $\psi_W = \mathbf{0{,}72}$, die Eiffel'schen[2]) Messungen für ein Breitenverhältnis 1 : 50, d. h. für nahezu ebene Strömung $\psi_W = \mathbf{0{,}78}$; ferner erhält Föppl für einen langen Kreiszylinder $\psi_W = \mathbf{0{,}45}$, so daß die Übereinstimmung der berechneten und gemessenen Widerstandsziffer als eine durchaus befriedigende bezeichnet werden kann.

Die hier angeführten theoretischen Untersuchungen bedürfen nach zwei Richtungen einer Ergänzung bezw. Weiterentwicklung. Zunächst haben wir uns bisher auf das ebene Problem beschränkt, d. h. auf den Grenzfall, daß die Körper senkrecht zur Strömungsebene sehr breit sind. Es ist offenbar zu erwarten, daß man durch Berechnung von stabilen Wirbelkonfigurationen im Raume ebenfalls zum näheren Verständnis des Widerstandsmechanismus gelangen kann. Allerdings ist die Aufgabe dadurch erschwert, daß die Fortschreitungsgeschwindigkeit gekrümmter Wirbelfäden von den Querschnittsabmessungen nicht mehr unabhängig ist, da einem unendlich dünnen Faden eine unendlich große Geschwindigkeit zukommen würde. Trotzdem ist nicht anzunehmen, daß die Erweiterung der Theorie auf den räumlichen Fall auf unüberwindliche Schwierigkeiten stoßen würde.

Weit schwieriger erscheint die Weiterentwickelung der Theorie nach einer anderen Richtung, die eigentlich erst zu einer vollständigen Theorie des Flüssigkeits- bezw. des Luftwiderstandes führen wird: die rein rechnerische Ermittelung der zunächst aus dem Strömungsbilde entnommenen Größen $\frac{l}{d}$ und $\frac{u}{U}$, die den Widerstand bestimmen. Diese Aufgabe ist, ohne daß man die Entstehung der Wirbelfäden näher verfolgt, kaum zu lösen. Es besteht zunächst ein scheinbarer Widerspruch darin, daß wir durchaus nur Ansätze benutzen, die der Theorie der idealen Flüssigkeiten entnommen sind, trotzdem in einer idealen (reibungslosen) Flüssigkeit eigentlich gar keine Wirbel entstehen können. Dieser Widerspruch wird dadurch gelöst, daß wir die Reibung überall vernachlässigen können, nur in unmittelbarer Nähe der Körperoberfläche nicht. Man kann in der Tat beweisen, daß die Reibungskräfte selbst mit abnehmendem Reibungskoeffizienten sich zu Null nähern, die Wirbelgrößen dagegen endlich bleiben. Betrachtet man daher die ideale Flüssigkeit als Grenzfall der zähen Flüssigkeit, so muß der Satz von der Entstehung der Wirbelgrößen dahin beschränkt werden, daß nur solche Flüssigkeitsteilchen eine Rotation erhalten können, die mit der Körperoberfläche in Berührung kommen.

Dieser Gedanke tritt hauptsächlich und wohl zuerst in klarer Weise in der Prandtlschen[1]) Theorie der Flüssigkeiten mit kleiner Reibung hervor. Die Prandtlsche Theorie verfolgt gerade jene Vorgänge, die in einer Schicht in unmittelbarer Nähe des Körpers sich abspielen,

1) Vergl. die zitierte Arbeit von O. Föppl.
2) G. Eiffel, La résistance de l'air et l'aviation, S. 47, Paris 1910.

1) Vergl. die Verhandlungen des Internationalen Mathematikerkongresses in Heidelberg 1904 und die an die Prandtlsche Abhandlung anknüpfenden Göttinger Dissertationen von Blasius (1907) und Boltze (1908).

und die Art und Weise, wie eine Ablösung der Strömung von der festen Wand zustande kommt. Wenn es gelingen würde, diese Untersuchungen über die Entstehung der Ablösung mit der in den vorangegangenen Zeilen dargelegten Berechnung der stabilen Konfiguration der schon irgendwie losgelösten Wirbelfäden in Beziehung zu bringen, so würde dies offenbar einen weiteren großen Fortschritt bedeuten. Ob dies aber nicht auf sehr große Schwierigkeiten stößt, läßt sich zurzeit kaum übersehen.

(Eingegangen 21. Dezember 1911.)

Messungen von spezifischen Wärmen bei tiefen Temperaturen.

Von Alexander S. Russell.

(Aus dem Physikalisch-chemischen Institut der Universität Berlin.)

Auf Veranlassung von Herrn Prof. W. Nernst habe ich einige Messungen von spezifischen Wärmen fester Stoffe bei tieferen Temperaturen ausgeführt in der Absicht, weiteres Material zur Prüfung des Gesetzes von Dulong-Petit und Kopp beizubringen. Ich habe mich dabei des Kalorimeters von Nernst-Lindemann bedient, das von dem üblichen Mischungskalorimeter sich dadurch unterscheidet, daß an Stelle der kalorimetrischen Flüssigkeit Kupfer angewandt ist. Die Einzelheiten des Apparats sind bereits von Nernst, Koref und Lindemann (Sitzungsber. der Berl. Akad. **12**, 247, 1911), Lindemann (Dissert. Berlin 1911) und von Koref (Ann. d. Phys. **36**, 49, 1911) beschrieben.

Die Messungen sind ausgeführt worden über drei Temperaturintervalle, und zwar von etwa $+45^0$ bis 0^0, 0^0 bis -78^0 und von -78^0 bis -190^0.

Für das Temperaturintervall 45^0 bis 0^0 befindet sich das Kalorimeter in einem Bad von Eis und die zu untersuchende Substanz, deren Temperatur vor dem Hineinbringen in das Kalorimeter durch ein Kupfer-Konstantan-Thermoelement oder ein gutes Thermometer gemessen wird, in einem elektrisch erhitzten Kupferblock.

Für die anderen Temperaturintervalle befindet sich das Kalorimeter in einem Bad von fester Kohlensäure, die zu untersuchende Substanz in einem Rohr, das entweder von Eis oder von flüssiger Luft umgeben ist. Die Temperatur der flüssigen Luft wird gemessen durch ein Kupfer-Konstantan-Thermoelement, das mit dem Stockschen Sauerstoffthermometer kalibriert ist. Die Temperatur des Kohlensäurebades hängt nur von dem atmosphärischen Druck ab und ist der Arbeit von Zeleny (diese Zeitschr. **7**, 716, 1906) entnommen.

Der Apparat wurde bei höheren Temperaturen mit Wasser, bei tiefen mit Blei geeicht. Die Eichung wurde oft wiederholt, und dadurch etwaige Fehler bei der Bestimmung der Temperatur der hineinzubringenden Substanz weitgehend eliminiert, da es sich um relative Messungen handelte.

Untersucht wurden in erster Linie die spezifische Wärme einer Reihe von Oxyden, einiger Sulfide und anderer Substanzen, deren Kenntnis von Interesse ist.

Natürlich liefert die Methode nur die mittlere spezifische Wärme, die sich über ein ziemlich bedeutendes Temperaturintervall erstreckt; aber diese genügt vollständig für den Zweck der Arbeit.

Die Genauigkeit des Apparats war sehr befriedigend; 0,5 Proz. Fehler sind bei den einzelnen Versuchen kaum zu befürchten. Auch lassen sich die Ablesungen relativ schnell ausführen.

Es folgt eine Zusammenstellung der ausgeführten Versuche. Es bedeutet g das Gewicht der Substanz, t_a ihre Temperatur vor dem Hineinbringen, t_e die korrigierte Endtemperatur des Kalorimeters, $W.K.$ die Wärmekapazität der Substanz, c die spezifische Wärme, $A.W.$ und $M.W.$ die Atomwärme bzw. Molekularwärme.

Versuche.

1. Kupferoxyd CuO.

Rein von Kahlbaum, geglüht.

t_a bis	t_e	g	$W.K.$	c	$M.W.$
−190,9 bis	−80,1	15,20	1,073	0,0706	5,60
−190,7 „	−80,5		1,065	0,0701	
0 „	−76,2	15,20	1,753	0,1153	9,17
0 „	−76,1		1,750	0,1151	
41,0 „	1,7	9,57	1,244	0,1300	10,39
41,5 „	2,2	9,57	1,252	0,1308	
42,2 „	2,3	14,10	1,847	0,1310	

2. Bleioxyd PbO.

Kahlbaum, „zur Analyse mit Garantieschein", wasserfrei.

−191,1 bis	−80,3	29,37	1,018	0,0347	7,75
−191,1 „	−80,3		1,024	0,0349	
0 „	−74,5	29,37	1,354	0,0461	10,26
0 „	−73,9		1,349	0,0459	
43,1 „	1,8	24,23	1,260	0,0520	11,57
43,8 „	2,0		1,253	0,0517	

3. Magnesiumoxyd MgO.

Magnesia usta, bis zur Gewichtskonstanz auf dem Gebläse geglüht.

t_a	bis	t_e	g	$W.-K.$	c	$M.-W.$
—191,6	bis	—80,4	3,462	0,347	0,1002	4,06
—189,9	„	—78,2		0,350	0,1011	
0	„	—78,9	3,462	0,668	0,1930	7,80
0	„	—79,0		0,671	0,1937	
48,5	„	1,5	2,596	0,621	0,2392	9,62
48,6	„	1,3		0,617	0,2377	

4. Quecksilberoxyd HgO.

Rein von Kahlbaum, rot, geglüht.

—188,7	bis	—78,0	43,37	1,540	0,0355	7,66
—190,7	„	—81,8	46,84	1,656	0,0354	
—190,7	„	—83,4	46,84	1,666	0,0356	
0	„	—75,1	43,37	1,942	0,0448	9,70
0	„	—74,2	43,37	1,950	0,0449	
0	„	—74,4	46,84	2,105	0,0449	
0	„	—72,8	46,84	2,107	0,0450	
44,4	„	2,7	40,89	2,060	0,0504	10,85
41,8	„	3,8		2,048	0,0501	

5. Eisenoxyd Fe_2O_3.

Rein von Kahlbaum, wasserfrei.

—191,9	bis	—81,6	17,60	1,281	0,0728	11,59
—191,9	„	—80,4		1,274	0,0724	
0	„	—73,6	17,60	2,319	0,1318	21,05
0	„	—73,8		2,319	0,1318	
43,8	„	3,9	17,54	2,813	0,1604	25,53
44,3	„	3,2		2,799	0,1596	

6. Chromoxyd Cr_2O_3.

Aus Kahlbaums $Cr_2(OH)_6$ durch Glühen hergestellt.

—191,0	bis	—80,3	6,04	0,430	0,0712	10,81
—191,0	„	—81,8		0,423	0,0700	
—191,0	„	—78,9		0,435	0,0720	
0	bis	—75,9	6,04	0,892	0,1477	22,40
0	„	—77,8	6,04	0,887	0,1469	
0	„	—75,9	5,79	0,841	0,1477	
49,4	„	2,6	5,70	1,031	0,1809	27,40
49,2	„	2,3	5,795	1,038	0,1800	

7. Arsenige Säure As_4O_6.

Rein von Kahlbaum, „zur Analyse", gepulvert.

—190,6	bis	—82,3	19,48	1,252	0,0643	25,46
—191,0	„	—82,1		1,253	0,0643	
0	„	—74,4	19,48	1,975	0,1014	39,90
0	„	—77,0		1,957	0,1005	
0	„	—75,6		1,958	0,1005	
41,3	„	2,2	17,74	2,138	0,1205	47,66
41,3	„	2,6		2,135	0,1203	
41,5	„	3,4		2,135	0,1203	

8. Aluminiumoxyd Al_2O_3.

Rein von Kahlbaum, geglüht.

—190,0	bis	—82,0	7,23	0,568	0,0786	8,06
—189,0	„	—81,0		0,572	0,0791	
0	„	—78,9	7,23	1,129	0,1562	15,94
0	„	—75,7		1,127	0,1559	
48,7	„	2,2	7,765	1,551	0,1996	20,47
48,4	„	3,2		1,561	0,2010	

9. Skandiumoxyd Sc_2O_3.

Reines Präparat.

—190,1	bis	—80,3	6,015	0,510	0,0848	11,58
—190,9	„	—79,6		0,511	0,0849	
—189,6	„	—82,5		0,514	0,0855	
0	„	—75,6	6,015	0,856	0,1423	19,45
0	„	—77,1		0,866	0,1440	
0	„	—78,0		0,856	0,1423	
42,9	„	1,4	4,88	0,889	0,1818	24,84
43,0	„	2,1	5,35	0,979	0,1830	

10. Cerdioxyd CeO_2.

Sehr reines Präparat, geglüht.

—187,0	bis	—80,5	14,06	0,697	0,0496	8,50
—189,7	„	—80,7		0,692	0,0492	
0	„	—75,9	14,06	1,090	0,0776	13,39
0	„	—76,6		1,096	0,0780	
48,1	„	3,4	15,08	1,377	0,0914	15,79
48,6	„	3,6		1,388	0,0921	

11. Thoriumoxyd ThO_2.

Reines Präparat, geglüht.

—190,0	bis	—78,4	18,79	0,632	0,0336	8,94
—187,6	„	—81,2		0,639	0,0340	
0	„	—77,2	18,79	0,971	0,0517	13,73
0	„	—75,5		0,981	0,0522	
0	„	—76,7		0,973	0,0518	
48,6	„	1,8	18,04	1,100	0,0610	16,10
48,3	„	3,0		1,095	0,0607	

12. Bleisuperoxyd PbO_2.

Kahlbaum I, im Luftbad bei 160° getrocknet.

—188,1	bis	—80,8	18,45	0,732	0,0397	9,52
—188,2	„	—80,7		0,737	0,0399	
0	„	—75,0	18,45	1,049	0,0568	13,65
0	„	—75,2		1,054	0,0573	
45,9	„	1,5	14,03	0,912	0,0650	15,50
47,8	„	2,4	13,23	0,857	0,0648	
45,6	„	2,4	13,23	0,855	0,0646	

13. Mangandioxyd MnO_2.

Rein von Kahlbaum, alkalifrei, gefällt, im Luftbad bei 300° bis zur Gewichtskonstanz erhitzt.

t_a bis t_e	g	W.-K.	c	M.-W.
−188,7 bis −77,9	6,25	0,612	0,0979	8,50
−187,2 „ −78,2		0,610	0,0976	
0 „ −78,1	6,25	0,881	0,1409	12,23
0 „ −78,3		0,878	0,1405	
48 „ 1,8	6,207	1,024	0,1649	14,27
48,6 „ 3,0		1,015	0,1635	

14. Uranoxyd U_3O_8.

Rein von Kahlbaum, geglüht.

−190,7 bis −78,2	19,48	0,838	0,0430	36,15
−190,2 „ −78,2		0,832	0,0427	
0 „ −76,9	19,48	1,204	0,0618	51,96
0 „ −77,2		1,196	0,0614	
41,3 „ 3,3	18,31	1,303	0,0711	59,85
41,5 „ 1,8		1,296	0,0708	

15. Wolframtrioxyd WO_3.

Rein von de Haën, geglüht.

−189,1 bis −81,4	17,35	0,766	0,0442	10,25
−189,9 „ −80,4		0,767	0,0442	
0 „ −75,8	17,35	1,174	0,0677	15,73
0 „ −75,9		1,178	0,0679	
46,6 „ 1,8	17,37	1,361	0,0784	18,16
46,6 „ 2,8		1,358	0,0782	

16. Thallium.

Rein von Kahlbaum.

−190,6 bis −78,4	48,94	1,405	0,0287	5,87
−190,6 „ −83,8		1,413	0,0289	
0 „ −74,5	48,94	1,491	0,0305	6,20
0 „ −74,9		1,483	0,0303	

17. Silizium krist.

Von Kahlbaum bezogen.

−191,4 bis −80,4	9,27	0,800	0,0863	2,44
−187,2 „ −80,4		0,796	0,0859	
0 „ −78,2	9,27	1,347	0,1453	4,10
0 „ −76,7		1,337	0,1442	
45,9 „ 2,0	8,79	1,508	0,1716	4,84
46,2 „ 2,6		1,502	0,1709	

18. Silizium amorph.

Von Kahlbaum bezogen, bei 110° im Luftbad getrocknet.

t_a bis t_e	g	W.-K.	$c\varrho$	A.-W.
−189,9 bis −80,1	4,58	0,416	0,0908	2,58
−189,3 „ −78,8		0,420	0,0917	
0 „ −77,9	4,58	0,686	0,1497	4,26
0 „ −78,2		0,692	0,1511	
49,8 „ 1,7	4,296	0,768	0,1787	5,08
51,5 „ 2,7	4,866	0,879	0,1807	
50,6 „ 3,5	4,296	0,770	0,1793	

19. Quecksilber flüssig.

Kalorimeter in Eis; Quecksilber in einem Glasgefäß in einem Bad von Kohlensäure und Alkohol.

−37,9 bis −3,8	82,97	2,771	0,0334	6,70
−37,1 „ −3,8		2,787	0,0336	

Der Wert für die Atomwärme stimmt mit dem von Koref (Ann. d. Phys. [4] **36**, 49, 1911) gefundenen Werte gut überein, ist indessen um 1 bis 2 Proz. kleiner, als sich nach den Angaben von Pollitzer (Zeitschr. f. Elektroch. **17**, 10, 1911) erwarten ließ.

20. Quecksilbersulfid HgS. Zinnober.

Rein von Kahlbaum, bei 110° im Luftbad getrocknet.

−189,9 bis −79,2	16,25	0,635	0,0391	9,07
−188,7 „ −79,8		0,635	0,0391	
0 „ −74,2	16,25	0,793	0,0488	11,32
0 „ −73,8		0,791	0,0487	
49,4 „ 1,6	16,25	0,839	0,0516	11,95
49,2 „ 2,7		0,834	0,0514	

21. Kuprisulfid CuS.

Von Fräulein Wasjuchnowa aus Schwefel und Kupfer hergestellt (Diss. Berlin 1909).

−189,5 bis −81,8	17,80	1,523	0,0855	8,16
−189,1 „ −80,7		1,515	0,0851	
0 „ −77,1	17,80	1,981	0,1113	10,60
0 „ −77,7		1,966	0,1105	
46,2 „ 3,1	17,585	2,176	0,1238	11,89
45,8 „ 3,2		2,194	0,1248	

22. Antimontrisulfid Sb_2S_3.

Kahlbaum, geschmolzen.

−188,0 bis −82,0	20,39	1,281	0,0628	21,13
−188,7 „ −84,4		1,279	0,0627	
0 „ −73,6	20,39	1,628	0,0798	26,93
0 „ −72,7		1,634	0,0801	
45,6 „ 3,7	21,42	1,818	0,0849	28,62
45,8 „ 4,2		1,823	0,0851	

23. Kadmiumsulfid *CdS*.

Rein von Kahlbaum, bei 140° getrocknet.

t_a	bis	t_e	g	$W.K.$	c	$M.W.$
—189,7	bis	—77,8	12,26	0,808	0,0659	9,53
—187,6	„	—83,2		0,811	0,0661	
0	„	—76,6	12,26	1,027	0,0837	12,13
0	„	—77,6		1,033	0,0842	
49,3	„	2,9	12,29	1,123	0,0913	13,12
49,5	„	1,9		1,111	0,0904	

24. Chlornatrium *NaCl*.

Rein und wasserfrei.

43,0 bis 2,6	9,88	2,051	0,2075	12,14
44,1 „ 3,8	9,88	2,057	0,2082	
45,9 „ 3,0	9,525	1,978	0,2077	

25. Chlorkalium *KCl*.

Rein und wasserfrei.

43,7 bis 2,3	9,227	1,528	0,1656	12,39
44,1 „ 2,1		1,538	0,1666	

26. Thalliumchlorid *TlCl*.

Aus Thalliummetall hergestellt, geschmolzen und gepulvert.

—188,1	bis	—78,4	26,34	1,237	0,0469	11,23
—188,2	„	—79,3		1,234	0,0468	
—188,2	„	—80,4		1,237	0,0469	
0	„	—74,5	26,34	1,324	0,05025	12,04
0	„	—74,7		1,325	0,05029	
45,3	„	3,5	25,45	1,342	0,0527	12,67
45,3	„	2,1		1,350	0,0530	

27. Siliziumkarbid *SiC*.

Körnchen im Stahlmörser fein gepulvert.

—188,8	bis	—80,5	13,57	0,694	0,0511	2,07
—187,7	„	—80,7		0,698	0,0515	
0	„	—75,3	13,57	1,621	0,1195	4,85
0	„	—77,3		1,623	0,1196	
44,1	„	3,1	13,725	2,222	0,1619	6,53
44,0	„	3,1		2,224	0,1621	

Zusammenstellung der Mittelwerte.

Die sich aus diesen Versuchen ergebenden Mittelwerte sind in der folgenden Tabelle zusammengestellt.

Substanz	Mittlere Temperatur Abs.	Mittlere spezifische Wärme	Atom- bezw. Molekularwärme	Mittlere Atomwärme
CuO	137	0,0703	5,60	2,80
	235	0,1152	9,17	4,58
	295	0,1306	10,39	5,20
PbO	137	0,0348	7,75	3,88
	236	0,0460	10,26	5,13
	296	0,0519	11,57	5,79
MgO	138	0,1006	4,06	2,03
	234	0,1933	7,80	3,90
	298	0,2385	9,62	4,81
HgO	137	0,0355	7,66	3,83
	236	0,0449	9,70	4,85
	296	0,0502	10,85	5,42
Fe_2O_3	137	0,0726	11,59	2,32
	236	0,1318	21,05	4,21
	297	0,1600	25,53	5,11
Cr_2O_3	137	0,0711	10,81	2,16
	235	0,1474	22,40	4,48
	299	0,1805	27,40	5,49
As_4O_6	136	0,0643	25,46	2,55
	235	0,1008	39,90	3,99
	295	0,1204	47,66	4,77
Al_2O_3	137	0,0789	8,06	1,61
	234	0,1560	15,94	3,19
	299	0,2003	20,47	4,09
Sc_2O_3	137	0,0851	11,58	2,32
	238	0,1428	19,45	3,89
	295	0,1824	24,84	4,97
CeO_2	138	0,0494	8,50	2,83
	235	0,0778	13,39	4,46
	259	0,0918	15,79	5,26
ThO_2	141	0,0338	8,94	2,98
	235	0,0519	13,73	4,58
	298	0,0608	16,10	5,37
PbO_2	139	0,0398	9,52	3,17
	235	0,0570	13,65	4,55
	297	0,0648	15,50	5,17
MnO_2	140	0,0978	8,50	2,83
	234	0,1407	12,23	4,08
	298	0,1642	14,27	4,76
U_3O_8	139	0,0429	36,15	3,29
	234	0,0616	51,96	4,72
	295	0,0710	59,85	5,44
WO_3	138	0,0442	10,25	2,56
	235	0,0678	15,73	3,93
	297	0,0783	18,16	4,54
Thallium	137	0,0288	5,87	5,87
	236	0,0304	6,20	6,20
Silizium krist.	138	0,0861	2,44	2,44
	234	0,1447	4,10	4,10
	297	0,1712	4,84	4,84
Silizium amorph.	138	0,0913	2,58	2,58
	234	0,1504	4,26	4,26
	300	0,1796	5,08	5,08
Quecksilber flüssig	252	0,0335	6,70	6,70
HgS	139	0,0391	9,07	4,53
	236	0,0487	11,32	5,66
	297	0,0515	11,95	5,98
CuS	138	0,0853	8,16	4,08
	234	0,1109	10,60	5,30
	298	0,1243	11,89	5,95
Sb_2S_3	137	0,0627	21,13	4,22
	236	0,0800	26,93	5,39
	298	0,0850	28,62	5,73
CdS	138	0,0600	9,53	4,77
	234	0,0840	12,13	6,06
	299	0,0908	13,12	6,56

Substanz	Mittlere Temperatur Abs.	Mittlere spezifische Wärme	Atom- bezw. Molekularwärme	Mittlere Atomwärme
Na Cl	297	0,2078	12,14	6,07
K Cl	296	0,1661	12,39	6,19
Tl Cl	139	0,0469	11,23	5,62
	236	0,0503	12,04	6,02
	297	0,0528	12,67	6,33
Si C	138	0,0513	2,07	1,03
	235	0,1195	4,82	2,41
	298	0,1620	6,53	3,27

Der leitende Gesichtspunkt, von dem aus diese Arbeit unternommen wurde, war, zu prüfen, wie weit das Koppsche Gesetz von der Additivität der Atomwärme bei Temperaturen seine Gültigkeit behält, bei welchen der Wert der Atomwärme erheblich von dem Wert 6 des Dulong-Petitschen Gesetzes abweicht, oder exakter gesprochen, ob die Eigenfrequenz der Elemente in Verbindungen erhalten bleibt.

In der von Nernst und Lindemann (Berl. Akad. Ber. **22**, 501, 1911) modifizierten Form lautet die Formel für die wahre Molekularwärme einer Verbindung

$$M.W. = \frac{3}{2} R \sum_{\nu_1}^{\nu_n} \left(\frac{\left(\frac{\beta\nu}{T}\right)^2 e^{\frac{\beta\nu}{T}}}{\left(e^{\frac{\beta\nu}{T}} - 1\right)^2} + \frac{\left(\frac{\beta\nu}{2T}\right)^2 e^{\frac{\beta\nu}{2T}}}{\left(e^{\frac{\beta\nu}{2T}} - 1\right)^2} \right) + a T^{3/2} \qquad (1)$$

und für die mittlere Molekularwärme zwischen Temperaturen T_1 und T_2

$$(M.W.)_m = \frac{3R}{T_1 - T_2} \sum_{\nu_1}^{\nu_n} \left(\frac{\beta\nu}{e^{\frac{\beta\nu}{T_1}} - 1} + \frac{\frac{\beta\nu}{2}}{e^{\frac{\beta\nu}{2T_1}} - 1} - \frac{\beta\nu}{e^{\frac{\beta\nu}{T_2}} - 1} - \frac{\frac{\beta\nu}{2}}{e^{\frac{\beta\nu}{2T_2}} - 1} \right) + \frac{2}{5} \frac{a}{T_1 - T_2} (T_1^{5/2} - T_2^{5/2}). \qquad (2)$$

Hierin bedeutet R die Gaskonstante in Kalorien, T die absolute Temperatur, $\nu_1 \nu_2 \ldots$. die Eigenfrequenzen der Atome der Verbindung, $\beta = 4{,}865 \times 10^{-11}$, a eine für jede Verbindung verschiedene Konstante.

Setzen wir

$$f(\beta\nu) = \frac{3}{2} R \left(\frac{(\beta\nu)^2 e^{\frac{\beta\nu}{T}}}{\left(e^{\frac{\beta\nu}{T}} - 1\right)^2} + \frac{\left(\frac{\beta\nu}{2T}\right)^2 e^{\frac{\beta\nu}{2T}}}{\left(e^{\frac{\nu}{2T}} - 1\right)^2} \right), \qquad (3)$$

dann ist, wenn das Koppsche Gesetz bei den fraglichen Temperaturen gilt, die Molekularwärme von der Verbindung $R_x O_y$ gleich

$$x f(\beta\nu_R) + y f(\beta\nu_0) + a T^{3/2},$$

wo $\beta\nu_R$ den $\beta\nu$-Wert für das Element R, $\beta\nu_0$ einen rein empirischen, für alle Oxyde konstanten Wert für Sauerstoff bedeutet.

Zur Prüfung dieser Frage wurde für die Oxyde und Sulfide die Molekularwärme nach der Formel (1) berechnet, unter Zugrundelegung der für die freien Elemente geltenden $\beta\nu$-Werte nach der Lindemannschen Formel (Diss. Berlin 1911)

$$\beta\nu = 4{,}865 \cdot 10^{-11} \times 2{,}80 \cdot 10^{12} \sqrt{\frac{T}{A a^{2/3}}} \qquad (4)$$

(T Schmelzpunkt, A Atomgewicht, a Atomvolumen) und dem empirisch konstanten Wert $\beta\nu = 800$ für Sauerstoff und dem Wert $\beta\nu = 439$ für Schwefel. Das Glied $a T^{3/2}$ ist für diese annähernde Berechnung vernachlässigt.

Oxyde.

Substanz	$\beta\nu_{\text{Sauerst.}}$	$\beta\nu_{\text{Metall}}$	Mittlere Temperatur abs.	Molekularwärme ber.	Molekularwärme beob.
Cu O	800	328	137	6,37	5,60
			235	9,00	9,17
			295	9,81	10,39
Pb O	800	88	137	7,66	7,75
			236	9,52	10,26
			296	10,16	11,57
Mg O	800	348	138	6,27	4,06
			234	8,92	7,80
			298	9,80	9,62
Hg O	800	60	137	7,73	7,66
			236	9,54	9,70
			296	10,17	10,85
$Fe_2 O_3$	800	404	137	13,49	11,59
			236	21,15	21,05
			297	23,58	25,53
$Cr_2 O_3$	800	398	137	13,59	10,81
			235	21,16	22,40
			299	23,65	27,40
$As_4 O_6$	800	(160)	136	33,20	25,46
			235	44,92	39,90
			295	48,80	47,66
$Al_2 O_3$	800	366	137	14,01	8,06
			234	21,30	15,94
			299	23,79	20,47
$Ce O_2$	800	125	138	9,42	8,50
			235	13,07	13,39
			299	14,40	15,79
$Th O_2$	800	148	141	9,44	8,94
			235	13,03	13,73
			298	14,38	16,10

Oxyde (Fortsetzung).

Substanz	$\beta\nu_{Sauerst.}$	$\beta\nu_{Metall}$	Mittlere Temperatur abs.	Molekularwärme ber.	Molekularwärme beob.
PbO_2	800	88	139	9,57	9,52
			235	13,11	13,65
			297	14,41	15,50
MnO_2	800	367	140	8,09	8,50
			234	12,43	12,23
			298	14,01	14,27
U_3O_8	800	182	139	31,37	36,15
			234	47,98	51,96
			295	51,28	59,85
WO_3	800	258	138	10,57	10,25
			235	16,39	15,73
			297	18,46	18,16

Sulfide.

Substanz	$\beta\nu_{Schwefel}$	$\beta\nu_{Metall}$	Mittlere Temperatur abs.	Molekularwärme ber.	Molekularwärme beob.
HgS	430	60	139	9,76	9,07
			236	10,99	11,32
			297	11,30	11,95
CuS	430	328	138	8,39	8,16
			234	10,44	10,60
			298	10,96	11,89
Sb_2S_3	430	135	137	22,83	21,13
			230	26,90	26,93
			298	27,89	28,62
CdS	430	134	138	9,53	9,53
			234	10,90	12,13
			299	11,27	13,12

Die Tabelle zeigt, daß die obige Voraussetzung im allgemeinen nicht erfüllt ist. Übereinstimmung zwischen Beobachtung und Berechnung zeigt sich nur bei Elementen mit kleinen $\beta\nu$-Werten, wie Blei, Wolfram und Quecksilber, bei denen das Gesetz von Dulong und Petit bei den fraglichen Temperaturen erfüllt ist. Besonders groß sind die Abweichungen für Cr_2O_3, Al_2O_3 und MgO, d. h. Oxyden von Elementen mit kleinem Atomgewicht.

Die nicht unerheblichen Abweichungen in allen anderen Fällen lehren, daß die Eigenfrequenz der Elemente in Verbindungen verschieden von der der freien Elemente ist.

Dies ist nicht verwunderlich, wenn man annimmt, daß die einfache Formel von Lindemann auch auf Verbindungen anwendbar ist, in welchem Falle der jeweilige $\beta\nu$-Wert von dem Schmelzpunkt und der Dichte der betreffenden Verbindung abhängt.

Das Verhalten des Sauerstoffatoms in jeder Verbindung ist ungefähr das gleiche.

Es ist ganz leicht möglich, bessere Übereinstimmung zwischen Beobachtung und Berechnung zu bekommen, wobei die Abweichungen höchstens 5 Proz. betragen, wenn man willkürliche $\beta\nu$-Werte für die Metalle annimmt (meistens von 1,0 bis 2,0 größer als die oben berechneten Werte).

In jedem Fall aber liegt der $\beta\nu$-Wert für Sauerstoff zwischen 650 und 900.

Interessant ist auch die Tatsache, daß die Molekularwärme für Siliziumkarbid bei der Temperatur 138 bedeutend kleiner als die Atomwärme von Silizium ist.

Die experimentellen $\beta\nu$-Werte für die beiden Modifikationen von Silizium lassen sich aus der Formel (2) für die mittlere Atomwärme leicht berechnen.

Silizium krist.

$$\beta\nu = 660, \quad a = 2{,}5 \cdot 10^{-5}.$$

Mittlere Temperatur abs.	Mittlere Atomwärme ber.	Mittlere Atomwärme beob.	Δ
138	2,44	2,44	0,00
234	4,19	4,10	+0,09
297	4,83	4,84	−0,01

Der theoretische $\beta\nu$-Wert, nach Formel (4) berechnet, beträgt 464.

Silizium amorph.

$$\beta\nu = 640, \quad a = 3{,}1 \cdot 10^{-5}.$$

Mittlere Temperatur abs.	Mittlere Atomwärme ber.	Mittlere Atomwärme beob.	Δ
138	2,55	2,58	−0,03
234	4,35	4,26	+0,09
300	5,06	5,08	−0,02

Herrn Prof. W. Nernst bin ich für die Anregung zu dieser Arbeit und für sein liebenswürdiges Interesse an ihrer Durchführung zu großem Danke verpflichtet[1]).

1) Eine weitere Diskussion des vorliegenden und sonstigen Beobachtungsmaterials speziell vom Standpunkte der Lindemannschen Formel wird demnächst in dieser Zeitschrift von Herrn Dr. Koref veröffentlicht werden.

(Eingegangen 28. November 1911.)

Über die Funkenentladung in einem verdünnten Gase und ihre Umwandlung in ein Bündel magnetischer Strahlen.

(Sulla scarica a scintilla in un gas rarefatto e sulla sua trasformazione in fascio di raggi magnetici.)

Von Augusto Righi[1].

I. Ausgangspunkt der Untersuchung.

Vor einiger Zeit habe ich eine kurze Mitteilung veröffentlicht[2]), in der ich die Erscheinungen beschrieben habe, die man beobachtet, wenn man ein Magnetfeld auf die Thomsonsche elektrodenlose Ringentladung einwirken läßt. Die hauptsächliche Wirkung, die unter solchen Verhältnissen auftritt, besteht in der Bildung eines Lichtbündels, welches merklich die durch den Ring hindurchgehende magnetische Kraftlinie zeichnet und sich wie ein Bündel magnetischer Strahlen verhält. Es scheint, daß dieses Bündel von den Elektronen und den positiven Ionen gebildet wird, die in der Ringentladung erzeugt werden. Diese würden jene vergänglichen, neutralen, doppelsternartigen Systeme bilden, die durch das Magnetfeld weniger unbeständig gemacht und nach der Richtung getrieben werden, in welcher dessen Feldstärke abnimmt; jene Systeme, die nach meiner Auffassung die magnetischen Strahlen bilden. Für den aber, der an der Ansicht festhält, daß diese Strahlen nichts weiter sind als Kathodenstrahlen, die eng um die Kraftlinien gewunden sind, würde natürlich das genannte Strahlenbündel nur von den Elektronen gebildet werden, die aus der Ringentladung hervorgehen.

Ich erwähne auch diese Auffassung, zu der ich mich nicht bekenne, weil es bislang nicht möglich gewesen ist, die Richtigkeit der von mir aufgestellten Hypothese streng zu beweisen, wenngleich sehr zahlreiche Tatsachen bestehen, um derentwillen sie den Vorzug verdient.

Aber gleichviel, in welcher Weise man die Bildung dieses neuen Bündels magnetischer Strahlen deuten will, eins erschien mir höchstwahrscheinlich, nämlich daß eine ganz ähnliche Erscheinung entstehen muß, wenn man an Stelle der Ringentladung einen gewöhnlichen elektrischen Funken anwendet.

Ich habe lange gezögert, ehe ich einen solchen Versuch unternommen habe, denn es schien mir nicht glaublich, daß die vermutete Erscheinung der Aufmerksamkeit der überaus zahlreichen Physiker hätte entgehen können, die den Einfluß des Magnetismus auf die Entladungen untersucht haben. Tatsächlich ist nichts von alledem, was man bisher beobachtet hat, ihr ähnlich. Wir kennen die Gestaltsänderungen, die das Magnetfeld bedingt, wenn es auf die Kathodenstrahlen einwirkt; wir kennen die mehr oder minder einer Spirale ähnelnde Gestalt, welche die positive Säule in einer Entladungsröhre annimmt, als ob sie ein stromdurchflossener biegsamer Leiter wäre, der an einem Ende an der Anode befestigt wäre; wir kennen auch bei der Funkenentladung eine Verschiebung und eine Gestaltsänderung der Aureole, die den Funken umgibt, oder auch, wie bei dem bekannten Versuch von De la Rive, eine Ortsveränderung des Funkens selbst. Aber diese Verschiebungen erfolgen stets in Richtungen, die auf der Feldrichtung senkrecht stehen, während die von mir vorausgesagte neue Erscheinung Verschiebungen hervorrufen soll, die merklich in der Richtung der magnetischen Kraftlinien erfolgen.

Schließlich erschien mir meine Vermutung so bemerkenswert, daß ich daran gegangen bin, sie zu bestätigen. Nach einigen Versuchen ist mir dies in befriedigender Weise gelungen.

II. Erzeugung von Funkenentladungen in verdünnten Gasen.

Aus meinen früheren Untersuchungen ergibt sich, daß sich die magnetischen Strahlen nur in Gasen von geeigneter Verdünnung bilden. Ich mußte deshalb zunächst darauf bedacht sein, einen Weg zu finden, um auch in verdünnter Luft Funkenentladungen zu erhalten, während es bekannt ist, daß bei allmählicher Verdünnung der Luft zwischen zwei mit einer in Betrieb befindlichen Elektrisiermaschine verbundenen Elektroden in einem gewissen Augenblicke die Funken verschwinden, um den gewöhnlichen Entladungen in verdünnten Gasen Platz zu machen, jenen Entladungen, in denen man, durch den Faradayschen dunklen Raum getrennt, die positive Lichtsäule und das in zwei Schichten geteilte negative Licht beobachtet.

Ich hatte aber unter anderen Verhältnissen Gelegenheit gehabt, auch in verdünnten Gasen richtige Funken zu erhalten. Es genügt zu diesem Zwecke, daß die Elektroden mit einer ausreichenden Kapazität verbunden sind, und daß zwischen der einen Elektrode und der zugehörigen Belegung eine Funkenstrecke in freier Luft eingeschaltet ist. Bei einer solchen Versuchsanordnung erhält man nur in Zwischenräumen eine Entladung, nämlich dann, wenn die Potentialdifferenz zwischen den Belegungen des Kondensators groß genug geworden ist, damit sich außer der Entladung in der verdünnten Luft auch der Funke in freier Luft

1) Vortrag, gehalten vor der R. Accademia delle Scienze dell'Istituto di Bologna in der Sitzung vom 22. November 1911.

2) Lincei Rendic. **20**, 163, 1911; diese Zeitschr. **12**, 835, 1911.

bilden kann. Die nahezu augenblickliche Entladung, die in diesem Falle zwischen den beiden Elektroden entsteht, bildet dann eine Leuchterscheinung, die nicht von dunklen Räumen unterbrochen wird und in der Nähe der beiden Elektroden keine sichtbaren Unterschiede aufweist, und man kann sagen, daß sie sich von einem gewöhnlichen Funken nur dadurch unterscheidet, daß sie weniger hell und sehr voll ist, und daß sie ziemlich verwaschene Umrisse hat. Denken wir sie uns zu einem Kreise gebogen, so zeigt sie in ihrem Aussehen keine merklichen Verschiedenheiten von der Thomsonschen Ringentladung.

Ich habe zu diesem Zweck als Elektrizitätsquelle eine mit Kondensatoren verbundene Elektrisiermaschine benutzt.

III. Die benutzten Apparate.

Ich brauche die Elektrisiermaschine nicht eingehend zu beschreiben. Es genügt, wenn ich sage, daß es eine vierplattige Holtzsche Maschine ist, deren beide bewegliche Platten von einem Elektromotor in Drehung versetzt werden. Sie liefert einen viel stärkeren Strom als Maschinen von gleicher Größe gewöhnlich liefern, und zwar infolge der beträchtlichen Winkelgeschwindigkeit der rotierenden Scheiben, die zwölf Umdrehungen in der Sekunde machen. Im vorliegenden Falle wäre ein so schnelles Arbeiten nicht unerläßlich gewesen; dennoch ist es von Nutzen, weil natürlich die Entladungen dadurch viel häufiger werden.

Der Kondensator, der von der Maschine geladen wird, und dessen Entladungen benutzt werden, ist der an anderer Stelle[1]) beschriebene. Er besteht aus 108 sehr großen Leidener Flaschen, die zu 6 Batterien von je 18 Flaschen verbunden sind. Die Anordnung der Apparatur ist so getroffen, daß man mit Leichtigkeit 6 Batterien hintereinander (oder in Kaskadenschaltung) von je 1 bis 18 Flaschen, oder zwei Batterien von je 54 Flaschen in Kaskadenschaltung, oder schließlich alle 108 Flaschen in einer einzigen Batterie erhalten kann. Auf diese Weise ist es möglich, die Kapazität innerhalb weiter Grenzen zu verändern, nämlich von ungefähr 1000 elektrostatischen Einheiten bis auf 680000 Einheiten.

Die zu untersuchenden Entladungen müssen natürlich in einem Rezipienten erfolgen, der mit einer Luftpumpe (Quecksilberpumpe mit einer mechanischen rotierenden Gaedepumpe gekoppelt) in Verbindung steht. Ich habe nacheinander verschiedene derartige Gefäße benutzt, aber der in Fig. 1 dargestellte Rezipient von größeren Abmessungen liefert die interessantesten Wirkungen.

Zu seiner Herstellung habe ich einen jener großen Ballons mit zwei einander diametral gegenüberliegenden Rohransätzen benutzt, wie man sie im Handel vorrätig findet. Sein Hals (der in der Figur bei A abgeschnitten dargestellt ist) wird durch eine mit Siegellack aufgekittete Glasplatte verschlossen. Durch diese Glasplatte geht ein Glasrohr, das zur Pumpe führt, während in ähnlicher Weise in den Rohransätzen B, B' die Röhren C, C' befestigt sind, in welche mittelst Schliffes die Röhren D, D' passen. An den Enden der letzteren sind die Elektroden befestigt. Dies sind Messingdrähte, EF, $E'F'$, die an den Enden abgerundet sind und von Glasröhren umgeben werden. Der Funke bildet sich zwischen F und F' in geringer Entfernung vom Ende G des Ballons und somit auch von dem Pole einer großen Spule R, die zur Erregung des Magnetfeldes bestimmt ist. Eben um diese Entfernung nicht allzu groß zu machen, mußte ich die Röhren CD und $C'D'$ etwas schräg anordnen und den Elektroden eine etwas gekrümmte Gestalt geben. Trotzdem lassen sich die Röhren D und D' zusammen mit den Elektroden leicht von ihrem Platze entfernen, um letztere im Bedarfsfalle auszuwechseln. In der Figur sind sie so dargestellt, wie sie bei den weiter unten zu beschreibenden Versuchen angeordnet waren. Da die Figur in richtigen Größenverhältnissen gezeichnet ist, braucht der Leser nur zu wissen, daß die Entfernung FF' ungefähr 15 cm beträgt, oder daß der Ballon einen Durchmesser von $27^1/_2$ cm hat, um aus dieser Figur leicht die Abmessungen jedes einzelnen Apparateiles ermitteln zu können.

Die Spule R ist eine von den beiden, die den bekannten Rühmkorffschen Elektromagnet bilden. Sie hat jedoch nicht mehr ihre ursprüngliche Wickelung, sondern eine neue, durch die sie etwas vergrößert wird, und die, ohne Schaden zu leiden, einige Minuten lang einen Strom von 16 Ampere, oder auch kurze Zeit hindurch einen viel stärkeren Strom aushalten kann. Eine zweite ähnliche Spule ist unterhalb des Ballons schräg aufgestellt, wie die Figur zeigt; von ihr wurde aber nur in gewissen Fällen Gebrauch gemacht.

Fig. 2 zeigt einen Apparat, der kleiner ist als der eben erwähnte, und der nur für einen bestimmten Zweck, von dem weiterhin die Rede sein wird, den Vorzug vor dem ersteren verdient.

Der Abstand der Elektroden, FF', beträgt 5 cm; danach kann man sich eine Vorstellung von seinen Abmessungen machen. Die Luft wird durch die Röhre H abgesaugt.

1) Lincei Rendic., 16. Dezember 1888.

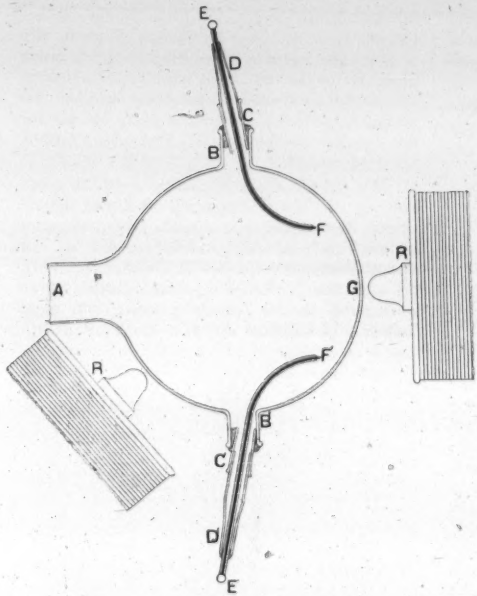


Fig. 1.

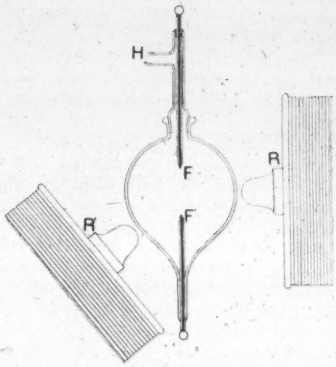


Fig. 2.

Weitere, für besondere Zwecke bestimmte Apparate werden weiter unten beschrieben werden.

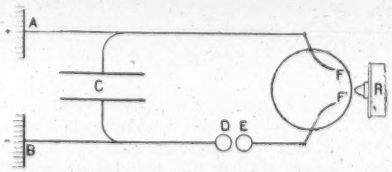


Fig. 3.

Fig. 3 zeigt schematisch, in welcher Weise die Apparate verbunden sind. A und B sind die Hauptkonduktoren der Elektrisiermaschine, C ist der Kondensator, F und F' sind die Elektroden in dem Rezipienten mit verdünnter Luft, R ist die Spule, D und E sind zwei Messingkugeln von 4 cm Durchmesser, die in freier Luft angeordnet sind, und zwischen denen sich ein Funke bildet.

IV. Funkenentladungen in verdünnter Luft.

Wenn die beiden Kugeln D, E (siehe Fig. 3) des Spinterometers miteinander in Berührung sind, so hat die Entladung zwischen den Elektroden F und F' das gewohnte Aussehen, einerlei, wie groß die Kapazität des Kondensators C ist; man sieht also rings um die Kathode das negative Licht und von der Anode ausgehend die rote Lichtsäule. Entfernt man die Kugeln D und E voneinander, so zeigt sich alsbald die Wirkung von C; während nämlich anfänglich die Lichterscheinung nur lebhafter und deutlicher intermittierend wird, verändert sie sich bei einem gewissen Werte des Zwischenraumes zwischen D und E plötzlich. Dann sieht man nämlich längs der Entladung nicht mehr die verhältnismäßig dunklen Gebiete und die Farbenverschiedenheiten, sondern es erscheint zwischen den Elektroden ein Leuchten von gleichmäßigem Aussehen, das in den Augenblicken auftritt, in denen im Spinterometer D, E ein Funken überspringt. Diese Entladung zwischen den Elektroden des mit verdünnter Luft gefüllten Apparates muß man meines Erachtens als Funkenentladung ansehen. Sie tritt an die Stelle der Leuchterscheinung, die aus der positiven Säule und dem Glimmlicht (oder den die Kathode umgebenden Lichtschichten) besteht, wenn man die Funkenstrecke DE vergrößert, genau so, wie der gewöhnliche

Funke an die Stelle des positiven Lichtes und des negativen Glimmlichtes oder Sternchens treten würde, wenn die Elektroden FF' Spitzen in Luft unter gewöhnlichem Drucke wären.

Der rechte Teil der Fig. 4[1]) gibt in verkleinertem Maßstabe (etwa 1 : 3) den Funken von etwa 15 cm Länge in dem Rezipienten der Fig. 1 wieder.

Vergrößert man die Kapazität C, so genügt eine kürzere Funkenstrecke DE, um auch in verdünnter Luft die Funkenentladung zu erhalten.

Im Verlaufe meiner Untersuchungen bin ich dazu geführt worden, festzustellen, daß, ebenso wie der Funke in Luft unter gewöhnlichem Druck, auch der Funke in verdünnter Luft jene mechanische Wirkung hervorbringt, die auf einer plötzlichen Ausdehnung zu beruhen scheint, jene Wirkung, die manche als eine Wärmewirkung angesehen haben, andere dagegen als Wirkung der gegenseitigen Abstoßung zwischen gleichnamig elektrischen Luftmassen oder Luftteilchen. Ich habe den Versuch mit der in Fig. 5 veranschaulichten Röhre angestellt. In dieser springen die Funken zwischen den Elektroden F, F' über. Diese Röhre hat zylindrische Gestalt und kann mittelst des Schliffes HK in zwei Teile zerlegt werden. Der Apparat, der senkrecht aufgestellt wird, enthält ein sehr leichtes Flügelrädchen aus Aluminium, das an einem Kokonfaden aufgehängt ist und aus vier kreuzförmig gestellten Flügelchen gebildet wird, die wie die Schaufeln einer Aeroplanschraube gekrümmt sind. Der Aufhängefaden ist einige Male um das mit einem Schliff verbundene Glasröhrchen N gewickelt, so daß man durch geeignetes Drehen dieses Röhrchens das Flügelrädchen auch dann auf verschiedene Höhen bringen kann, wenn die Luft in der Röhre bereits verdünnt ist. Bei jedem Funken, der überspringt, empfängt das Flügelrädchen einen Stoß, als ob es von einem von unten nach oben verlaufenden Windstoß getroffen würde. Es nimmt daher eine Rotationsbewegung an, der nur die zunehmende Torsion des Fadens schließlich ein Ende macht.

Wenngleich diese Erscheinung bei Drucken auftritt, die nicht so niedrig sind wie der in einem Radiometer herrschende, so muß man meines Erachtens doch annehmen, daß sie auf einem Bombardement durch Teilchen herrührt, die von dem Funken ausgesandt werden. Man wird somit zu der Ansicht geführt, daß diese Teilchen gleichzeitig die von E. Wiedemann

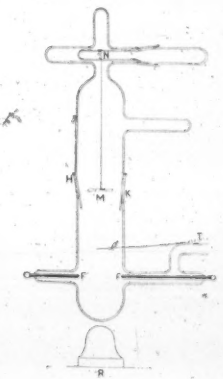


Fig. 5.

entdeckten Entladungsstrahlen[1]) bilden, obgleich man, so viel mir bekannt ist, niemals eine von diesen ausgehende mechanische Wirkung beobachtet hat, und obgleich J. J. Thomson dazu neigt[2]), sie vielmehr als Röntgenstrahlen anzusehen, die von den Geschwindigkeitsänderungen der Ionen bei ihren Zusammenstößen herrühren.

Die Haupteigenschaft dieser Entladungsstrahlen besteht bekanntlich darin, daß sie zur Thermolumineszenz gewisser von ihnen getroffenen Körper führen. Wiedemann fand, daß ein Magnet keinerlei Wirkung auf sie ausübt; wir werden aber weiter unten sehen, daß dennoch eine gewisse Wirkung stattfindet.

1) Die (auf Tafel IX u. X vereinigten) Fig. 4; 8, 9, 10, 11 und 12 sind verkleinerte Wiedergaben einiger unter den vielen photographischen Aufnahmen, die ich im Verlaufe meiner Untersuchungen gemacht habe. Bei den Fig. 10 und 12 handelte es sich um eine fortlaufende Erscheinung, und ich ließ das Objektiv 20 Sekunden lang geöffnet. Bei den Fig. 4, 8, 9 und 11 dagegen mußte das Bild einer einzelnen Entladung aufgenommen werden. Um diese Bilder mit genügender Schärfe zu erhalten, mußte ich nicht nur allgemein einen Kondensator von großer Kapazität anwenden, sondern auch hochempfindliche Platten (Chromo-Isorapid-Platten der A.-G. f. A.) benutzen und die Positive für die Photozinkographie auf Rembrandt-Zelloidinpapier drucken. Schließlich habe ich gefunden, daß es notwendig war, die Entstehung von Bildern durch Reflexion an den Innenwandungen des Apparates zu vermeiden. Zu diesem Zwecke wurde die Hälfte des Ballons, die der Seite, auf welcher der photographische Apparat aufgestellt war, gegenüber lag, auf ihrer Innenseite mittelst eines dicken Breies, der aus Wasser, ganz wenig Gummi und Ruß gebildet war, vollkommen geschwärzt, und zwar war der Ruß zuvor auf einem Filter mit absolutem Alkohol gewaschen worden.

1) Fortschr. d. Phys. 1895, S. 523, 716.
2) Conduction of Electricity through Gases, 2nd Ed., S. 603.

Dieser mechanische Vorgang, den die Funken aus der Entfernung hervorrufen, scheint mir einer besonderen Untersuchung wert. Einstweilen will ich kurz einige Versuche andeuten, die bestimmt sind, seine Natur ein wenig aufzuklären.

Zunächst habe ich festgestellt, daß die mechanische Wirkung nach allen Richtungen rings um den Funken ausgeübt wird, auch in der Richtung des Funkens selbst. Dabei habe ich mich eines Apparats bedient, der dem in Fig. 5 dargestellten ähnlich ist, nur daß die Elektroden eine solche Gestalt haben, daß man den Funken horizontal oder vertikal einstellen kann. Wenn man dann — um auf den in Fig. 5 dargestellten Apparat zurückzukommen — das Flügelrädchen M bis unter FF' senkt, so tritt noch die Drehung ein, ein Zeichen dafür, daß es sich nicht um eine aufsteigende Säule durch den Funken erwärmten Gases handelt.

Zweitens wollte ich untersuchen, ob die hypothetischen von den Funken ausgeschleuderten Teilchen elektrisch sind oder nicht.

Zu diesem Zwecke ordnete ich zunächst aus Bequemlichkeitsgründen den in Fig. 5 dargestellten Apparat horizontal an und ersetzte das aufgehängte Flügelrädchen durch einen sogenannten Faradayschen Käfig, also durch ein metallenes Kästchen $ABCD$ (siehe Fig. 6),

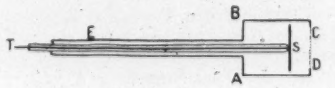


Fig. 6.

das mit einer langen Röhre E verbunden ist und in der dem Funken zugekehrten Stirnseite eine durch ein Metalldrahtnetz verschlossene Öffnung CD hat. Das Kästchen enthält eine Scheibe S, die von einem langen Stiele ST getragen wird. Während das Kästchen gut geerdet ist, ist die Scheibe vollkommen isoliert. Da nun die Röhre E bis zu einem sehr empfindlichen Galvanometer (ein Millimeter Ausschlag auf der Skala entspricht $7 \cdot 10^{-10}$ Ampere) reicht und mit der einen Klemme dieses Instruments verbunden ist, während ein im Innern dieser Röhre enthaltener gut isolierter Draht den Stiel ST mit der anderen Klemme verbindet, so entsteht kein störender Ausschlag infolge der Nähe der Apparate und der zur Erzeugung der Entladungen erforderlichen Leiter. Um Komplikationen und Fehlerquellen zu vermeiden, habe ich es auch nützlich gefunden, so zu verfahren, daß nur in dem Augenblicke, in dem der Funke überspringt, elektrische Ladungen in dem Apparate bestehen können. Zu diesem Zwecke habe ich die in Fig. 7 angegebene Anordnung an Stelle der in Fig. 3 dargestellten

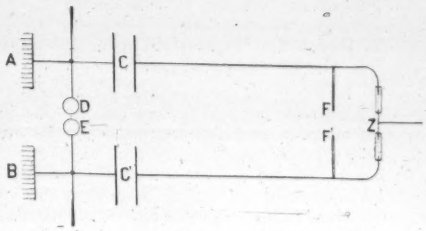


Fig. 7.

benutzt. Die Elektroden F, F' stehen mit den äußeren Belegungen zweier identischer Batterien C, C' in Verbindung, deren innere Belegungen mit den Hauptkonduktoren A und B der Elektrisiermaschine verbunden sind. Außerdem stehen F und F' miteinander durch eine kurze und dicke Wassersäule Z in Verbindung, deren Mittelpunkt geerdet ist. Bei jedem genügend langen Funken, der zwischen den Kugeln D und E übergeht, springt auch zwischen den Elektroden ein Funke über.

Mit einer derartigen Anordnung habe ich bei jeder Entladung innerhalb des Apparats einen Galvanometerausschlag erhalten, der angab, daß positive Elektrizität auf die Scheibe S (Fig. 6) gelangt.

Meines Erachtens braucht man hieraus nicht zu folgern, daß der Funke ausschließlich positive Ionen aussendet, auch nicht, daß diese im Vergleich zu den negativen Ionen oder Elektronen in größerer Anzahl ausgesandt werden. Vielmehr erscheint es angesichts der Symmetrie der Versuchsanordnung und unter der Voraussetzung, daß elektrische Teilchen ausgesandt werden, natürlich, daß diese Teilchen für die beiden entgegengesetzten Vorzeichen in gleicher Zahl vorhanden sind, und daß die positive Ladung im Faradayschen Käfig auf der Verschiedenheit der Masse und der Geschwindigkeit zwischen positiven Ionen und Elektroden beruht, sowie vielleicht auch darauf, daß diese numerische Gleichheit nur für die Erscheinung in ihrer Gesamtheit gilt, und nicht für jeden einzelnen Teil des Funkens. In dieser Auffassung wird man durch folgenden weiteren Versuch bestärkt: Bringt man in geringer Entfernung von der Öffnung CD (Fig. 6) eine ge-

erdete Metallscheibe an, welche die auf die Scheibe S hin gerichteten positiven Ionen aufhält, so sammelt sich auf S eine negative Ladung an.

Wir werden weiter unten sehen, welche Wirkung das Magnetfeld auf die von dem Funken ausgesandten Teilchen ausübt.

V. Durch das Magnetfeld hervorgerufene Gestaltsänderung des Funkens.

Nachdem ich das Verfahren gefunden hatte, Funkenentladungen in Luft zu erhalten, die bis auf einige Zehntelmillimeter und sogar bis auf einige Hundertstelmillimeter Druck verdünnt ist, konnte ich den geplanten Versuch ausführen. Ich gehe nunmehr endlich dazu über, ihn an der Hand einiger photographischer Aufnahmen zu beschreiben.

Die in Fig. 4 wiedergegebene Aufnahme wurde bei einem Versuche mit dem in Fig. 1 dargestellten Apparate erhalten. Während der rechte Teil der Figur den Funken zeigt, wie er erhalten wurde, ohne daß das Magnetfeld wirkte, läßt der linke Teil die Veränderung erkennen, die an der Leuchterscheinung der Entladung durch ein Magnetfeld hervorgerufen wurde, welches in der Weise erzeugt wurde, daß ich einen Strom von 16 Ampere durch die Spule R sandte[1]). Man sieht, daß der Funke deformiert und längs der Kraftlinien verbreitert wird, und zwar besonders in der Richtung, in welcher die Feldstärke abnimmt. Ein Umstand kommt der Beobachtung zugute, nämlich der, daß die Helligkeit auf dem breiten Lichtfleck im allgemeinen nicht gleichmäßig ist, wie er es vielleicht längs des Funkens nicht ist, von dem der Fleck eine Umwandlung ist. Daher erscheint die Leuchterscheinung als die Vereinigung von Streifen verschiedener Stärke, die, soweit es sich beurteilen läßt, sämtlich längs der Linien magnetischer Kraft gekrümmt sind. Das Aussehen, das die Entladung annimmt, erinnert außerordentlich an das gewisser Nordlichter. Dieselbe Ähnlichkeit habe ich bei dem zu Anfang erwähnten Versuche bemerkt (bei den aus der elektrodenlosen Ringentladung gewonnenen magnetischen Strahlen). In diesem Falle war sogar die Analogie vielleicht noch deutlicher.

Wenn man der Funkenstrecke in freier Luft eine etwas größere Länge gibt als die kleinste, die erforderlich ist, um eine Funkenentladung zu erhalten, so verschwinden diese Helligkeitsunterschiede schließlich, besonders dann, wenn die Verdünnung im Innern des Apparates sehr weit getrieben ist.

Daß das Lichtbündel, das man im Magnetfelde erhält, merklich die Gestalt der Kraftlinien oder der Kraftröhren hat, wird noch deutlicher erwiesen, wenn man den in Fig. 2 abgebildeten kleineren Apparat und somit einen Funken anwendet, längs dessen ganzen Verlaufs das Magnetfeld eine große Stärke aufweisen kann. Um sich hiervon zu überzeugen, braucht man nur die in den Fig. 8 und 9 wiedergegebenen Photogramme[1]) zu betrachten und miteinander zu vergleichen. Die in Fig. 8 abgebildete Entladung wurde erhalten, als nur die Spule R (Fig. 2) erregt war, während in dem in Fig. 9 dargestellten Falle auch die Spule R' wirkte, die dem Ballon einen Pol von entgegengesetztem Vorzeichen zukehrte wie R. Die Verschiedenheit in der Gestalt der Kraftlinien in den beiden Fällen, die man sich leicht vorstellen kann, erkennt man unschwer aus der verschiedenen Gestalt der Lichtbüschel, in die sich der Funke infolge des Feldes verwandelt.

VI. Umwandlung der positiven Lichtsäule.

Nachdem die vermutete Umwandlung des Funkens einmal festgestellt war, wollte ich natürlich untersuchen, ob die positive Lichtsäule bei der gewöhnlichen Form der Entladung in verdünntem Gase irgendwelchen analogen Effekt aufweist.

Wenn die Funkenstrecke DE (Fig. 3) in freier Luft fehlt, so sieht man, wie gesagt, ganz unabhängig von der Kapazität C des Kondensators im Innern des Apparats das rote positive Licht und das negative Glimmlicht, das durch das Magnetfeld in der bekannten Weise verändert wird, getrennt voneinander. Schaltet man eine Funkenstrecke DE ein, die indessen viel kürzer ist als die, welche erforderlich wäre, damit die Funkenentladung auftritt, so verändert sich das Aussehen der Entladung wenig. Die positive Säule bleibt nämlich deutlich von dem Glimmlicht getrennt, obwohl man einige Änderungen in ihren Formen bemerkt.

Wenn man nun das Magnetfeld erregt, so dehnt sich, während sich das negative Licht naturgemäß in das bekannte helle Bündel magnetischer Strahlen verwandelt, die rote positive Lichtsäule zu einem breiten Fächer längs der magnetischen Kraftlinien aus, besonders

1) Die in Fig. 4 wiedergegebenen photographischen Aufnahmen sind unter folgenden Versuchsbedingungen gemacht worden: Die Kapazität des angewendeten Kondensators betrug ungefähr 170000 Einheiten, der Funke zwischen D und E (Fig. 3) war 3 mm lang, und der Druck der Luft im Ballon betrug 0,044 mm. Auch bei den übrigen Versuchen, die ich weiter unten anführen werde, werde ich immer diese Angaben mitteilen, und dadurch den Beweis dafür erbringen, daß sich die neue Erscheinung unter ganz verschiedenen Bedingungen zeigen kann.

1) Angewandte Kapazität ungefähr 1000 Einheiten, Luftfunkenstrecke 18 mm, Druck im Rezipienten 0,06 mm.

in der Richtung, in der die Feldstärke abnimmt. Man erhält also einen Vorgang, der dem Effekt an den Funken vollkommen analog ist.

Fig. 10 ist eine Wiedergabe einer der unter den geschilderten Bedingungen gemachten photographischen Aufnahmen.

Die angewandte Kapazität war sehr klein (die der Maschine ohne Kondensatoren), das Funkchen in der Luft war 1 mm lang und der Druck in dem großen in Fig. 1 dargestellten Ballon, der hier ebenfalls angewandt wurde, betrug 0,46 mm. Oben sieht man das Bündel der gewöhnlichen magnetischen Strahlen durch das negative Glimmlicht hindurchgehen. Unten erscheint die positive Säule merklich in Richtung der durch die Spule R der Fig. 1 erzeugten Kraftlinien verbreitert. Mit dem kleineren Apparate (Fig. 2) erhält man eine ähnliche Wirkung, aber in diesem Falle wird die Gestaltsänderung des positiven Lichts deutlicher, je nachdem man bald nur die Spule R, bald auch die Spule R' wirken läßt.

Auf dem Bilde in Fig. 10 sieht man auch dem Ende der Anode (der unteren von beiden Elektroden) entsprechend, einen Lichtfleck, der gleichfalls den magnetischen Kraftlinien folgt und wahrscheinlich davon herrührt, daß sich auch die untere Elektrode momentan als Kathode verhält, weil bei Beendigung der Hauptentladung infolge der Kapazität des Apparats selbst eine umgekehrt verlaufende Entladung auftritt.

Außer diesen Einzelheiten entnimmt man den mitgeteilten Beobachtungen, daß nicht nur dem negativen Lichte sowie den einzelnen Teilen eines Funkens entsprechend, sondern auch von jedem einzelnen Punkte der positiven Säule ausgehend infolge der Wirkung des Magnetfeldes sich magnetische Strahlen bilden, das heißt, daß — nach meiner Auffassung — jene kreisenden Doppelsterne Elektron-Positives Ion entstehen, mit deren Hilfe sich die Leuchterscheinungen bei den Entladungen im Magnetfelde in befriedigender Weise erklären lassen.

VII. Der Fall, in dem die Enden der Elektroden auf der Achse des Magnetfeldes liegen.

Es ist nunmehr unschwer vorauszusehen, wie sich das Aussehen einer Entladung ändert, wenn sie merklich in Richtung einer Kraftlinie vor sich geht. Da sich nämlich die Entladung in dieser Richtung erweitern muß, so wird sie sich um die Kraftlinie sammeln müssen, der sie folgt. Die Fig. 11 und 12, welche die photographischen Aufnahmen unter den geschilderten Verhältnissen erzeugter Entladungen wiedergeben, zeigen die Erscheinung.

In der Fig. 11[1]) zeigt der obere Teil den Funken, wenn kein Feld vorhanden ist; der untere Teil läßt erkennen, wie der Funke konzentrierter wird, wenn ein Magnetfeld in der Eigenrichtung des Funkens wirkt.

Die Fig. 12[2]) bezieht sich auf die gewöhnliche Entladung, also auf den Fall, wo man das positive rote Licht (rechts) und das negative Glimmlicht (links) getrennt voneinander sieht. In der oberen Hälfte der Figur sieht man die genannten Leuchterscheinungen, wenn kein Feld vorhanden ist; der untere Teil zeigt, wie sie unter dem Einflusse des Feldes werden, das von einer Spule erregt wird, deren Achse durch die Enden der beiden Elektroden hindurchgeht.

VIII. Wirkung des Magnetfeldes auf die von den Funken ausgesandten Teilchen.

Wie aus den im vierten Abschnitte beschriebenen Versuchen hervorgeht, senden die in verdünnter Luft übergehenden Funken elektrische Teilchen aus. Es gewinnt daher die Untersuchung darüber Interesse, ob das Magnetfeld auf diese einen merklichen Einfluß ausübt. Ich habe bisher nur einige orientierende Versuche angestellt und behalte mir eine eingehendere Untersuchung dieser Erscheinungen für einen späteren Zeitpunkt vor. Ich erwähne meine Versuche in Kürze wegen ihres Zusammenhanges mit dem Hauptgegenstande dieser Veröffentlichung. Dabei mache ich einige Vorbehalte hinsichtlich der Allgemeinheit der Folgerungen, die ich bislang aus ihnen gezogen habe.

Während ich den Versuch mit dem in Fig. 6 dargestellten Faradayschen Käfig anstellte, durch den ich das Flügelrädchen des in Fig. 5 abgebildeten Apparats ersetzt hatte, sandte ich von Zeit zu Zeit den Strom durch die Spule R. Dabei beobachtete ich jedesmal eine beträchtliche Abnahme des Galvanometerausschlags. Das Feld verringert sonach die Menge positiver Elektrizität, die von der Scheibe S (Fig. 6) in der Zeiteinheit aufgenommen wird, beträchtlich. Das ist nach meiner Hypothese auch vorauszusehen, denn wenn das Feld vorhanden ist, so vereinigen sich positive Ionen mit Elektronen und bilden die angenommenen Doppelsterne. Auch wenn die Scheibe infolge der Anwesenheit eines die auf sie zu gerichteten positiven Ionen aufhaltenden Hindernisses eine negative Ladung annimmt, wird durch die Erregung des Feldes der Ausschlag verringert; das war offenbar

1) Angewandte Kapazität 170000 Einheiten, Druck der Luft 0,04 mm, Funkenstrecke außerhalb des Apparats ungefähr 2 mm.

2) Kein Kondensator, Druck 1 mm, Funkenstrecke 2 mm.

vorauszusehen, nachdem einmal die vorstehende Erklärung angenommen war.

Es war sogar zu erwarten, daß das Magnetfeld irgendeine Veränderung an dem mechanischen Effekt herbeiführen würde, den die Funken erzeugen. In Wirklichkeit erweist sich jedoch die Erscheinung als viel verwickelter, als ich vorausgesehen hatte.

Erregt man nämlich die Spule R (Fig. 5), so wird die Bewegung des Flügelrädchens, je nach den Umständen, beschleunigt oder verlangsamt. Wenn beispielsweise das Flügelrädchen vor der Erregung des Feldes unbewegt ist, weil zwischen der Torsion des Aufhängefadens und den Stößen, die von dem Bombardement herrühren, denen das Rädchen ausgesetzt ist, Gleichgewicht herrscht, so tritt folgender Fall ein: Wenn man den Strom in die Spule schickt, so beginnt das Rädchen zuweilen in dem Sinne weiter zu kreisen, daß es den Faden noch mehr tordiert, während es zuweilen wieder in entgegengesetztem Sinne zu kreisen anfängt. Was ich vorausgesehen hatte, war eine Geschwindigkeitszunahme für den Fall, daß das Flügelrädchen, wie in Fig. 5, oberhalb des Funkens angeordnet ist, dagegen eine Geschwindigkeitsabnahme für den Fall, daß es sich unterhalb des Funkens befindet. Ich kann aber nicht sagen, daß ich einen derartigen Unterschied festgestellt hätte, daß er einen sicheren Beweis zugunsten meiner Theorie der magnetischen Strahlen lieferte.

Ich bin der Ansicht, daß die einander entgegengesetzten Wirkungen, die ich festgestellt habe, vielmehr auf folgende Weise erklärt werden müssen: Aus meinen früheren Untersuchungen wissen wir, daß das Magnetfeld die zur Bildung der Entladung erforderliche Potentialdifferenz unter gewissen Verhältnissen vermehrt und unter anderen verringert. Nun muß die Geschwindigkeit, mit welcher die positiven Ionen und die Elektronen seitens des Funkens ausgesandt werden, vermutlich von ihrer Potentialdifferenz abhängen. Es wird daher verständlich, wieso sich die Wirkung auf das Flügelrädchen, je nach dem Drucke der Luft, nach der Feldstärke usw., infolge des Magnetfeldes in dem einen oder dem anderen Sinne verändert. Ich habe in der Tat gesehen, daß sich der erzeugte Effekt bei Erregung des Feldes umkehrt, wenn die Feldstärke hinreichend geändert wurde.

Schließlich habe ich eine unerwartete Erscheinung beobachtet, die mir interessant und im einzelnen nicht leicht zu erklären zu sein scheint.

Wenn man das Flügelrädchen M allmählich senkt, bis es unter die Elektroden F, F' (Fig. 5) hinab gelangt, so kehrt sich, wie es natürlich ist, sein Drehungssinn um, weil die Schraube im zweiten Falle dem Bombardement die entgegengesetzte Seite entgegenstellt wie die, welche im ersten Falle getroffen wurde. Das Flügelrädchen muß also in Ruhe bleiben, wenn es in den Funken eintaucht. Ich kann sagen „eintaucht", denn der Funke hat tatsächlich ein so großes Volumen, daß er das Rädchen reichlich aufnimmt, wenn die Luftverdünnung und die Kapazität genügend groß sind.

Bei der Bestätigung dieser Tatsache habe ich nun folgendes bemerkt: Wenn das Flügelrädchen ganz wenig höher oder tiefer hing als die Gerade FF', so schien seine Drehung insofern von der Feldrichtung abzuhängen, als sie bei Umkehrung des Stromes in der Spule R schneller oder langsamer wurde. Neben der mechanischen Wirkung, welche die von dem Funken ausgesandten Teilchen hervorbringen, besteht also noch eine besondere Wirkung des Magnetfeldes, die von dessen Richtung abhängig ist.

Um diese kaum vermutete Tatsache zu veranschaulichen, habe ich ein Flügelrädchen benutzt, das in seiner Gestalt dem eines Radiometers ähnlich ist, also von vier vertikalen Flügeln gebildet wird. Wenn dieses über oder unter die Funkenstrecke FF' gebracht wird, so setzt es sich nicht in Bewegung, wie vorauszusehen war. Sobald man es aber zwischen die Elektroden bringt, beginnt es zu kreisen, und zwar ziemlich schnell, wenn man die Entladung sehr stark macht, indem man die Funkenstrecke DE recht groß macht. Kehrt man den Magnetisierungsstrom um, so kehrt alsobald die Drehung ihren Sinn um, der mit jenem des Stromes in der Spule R zusammenfällt. Der Sinn der Drehung ist also derselbe, in dem ein Elektron seine eigene schraubenförmige Bahn durchläuft, vorausgesetzt, daß die Achse dieser Schraubenbahn in der Richtung der magnetischen Kraftlinie liegt. Das ist gleichzeitig der Drehungssinn, in dem das Elektron als Trabant um das positive Ion in den Doppelsternen Elektron — Positives Ion kreist, die durch das Magnetfeld verhältnismäßig beständiger gemacht werden.

Dieser Zusammenhang zwischen der Feldrichtung und dem Drehungssinn wird uns den Weg weisen, auf dem wir zur Erklärung der neuen Erscheinung gelangen.

Für den, der diese Erscheinung reproduzieren möchte, will ich noch hinzufügen, daß sie sich am besten zeigt, wenn der Druck der Luft einige Zehntelmillimeter beträgt, beispielsweise 0,3 mm bis 0,7 mm. Bei höheren Drucken beginnen nämlich elektrische Kräfte mitzuspielen, die von der Ladung herrühren, die das Flügelrädchen annimmt. Die Wirkungen dieser Kräfte

sind unregelmäßig. Bei kleiner und kleiner werdenden Drucken dagegen wird die Drehung des Flügelrädchens langsamer und langsamer. Ich füge noch hinzu, daß die in Fig. 7 dargestellte Anordnung der in Fig. 3 abgebildeten vorzuziehen ist. Bei meinen Versuchen hatte jeder der beiden in Fig. 7 dargestellten Kondensatoren eine Kapazität von ungefähr 38000 elektrostatischen Einheiten.

Schließlich bemerke ich noch, daß sich das Flügelrädchen mitsamt seinem Aufhängefaden, besonders wenn der Druck der Luft nicht gering ist, häufig infolge elektrostatischer Einwirkungen wie ein Pendel bewegt. Dies verursacht eine Störung des Haupteffektes. Diese Bewegungen sind überdies ziemlich unregelmäßig; eine andere besondere Wirkung aber ist sehr deutlich zu bemerken: der Faden neigt sich nämlich bei jeder Entladung ein wenig, bleibt dabei aber in einer Ebene, die senkrecht auf der Verbindungslinie der beiden Elektroden steht, und nimmt die Richtung nach jener Seite, nach welcher das Feld diese Verbindungslinie verschieben würde, wenn sie ein von der Entladung durchflossener leitender Draht wäre.

Die Drehung entsteht aber auch, wenn man diese Abweichung des Aufhängedrahtes von der Senkrechten verhindert.

(Nach der italienischen Veröffentlichung übersetzt von Max Iklé.)

(Eingegangen 27. Dezember 1911.)

Über Schweidlersche Schwankungen.

[Bemerkungen zu der gleichnamigen Arbeit von Herrn N. Campbell[1]).]

Von Edgar Meyer.

Mit einer Nachschrift von Norman Campbell.

§ 1. In einer früheren Arbeit[2]) habe ich zu zeigen versucht, daß die γ-Strahlung von Radium zeitlich schwankt, daß sie mit anderen Worten Schweidlersche Schwankungen aufweist. Aus der gefundenen Abhängigkeit der Schwankung von dem Öffnungswinkel des zur Beobachtung gelangenden Strahlenbündels zog ich den Schluß, daß bei einem Elementarprozesse der γ-Strahlaussendung die Energie nicht mit gleicher Dichte nach allen Richtungen hin in den Raumwinkel 4π eingestrahlt wird, sondern daß bevorzugte Richtungen maximaler Energiedichte bestehen. Dieses Verhalten bezeichnete ich kurz als anisotrope Struktur der γ-Strahlung, im Gegensatze zu isotroper Struktur, bei der die Energie der Strahlung gleichmäßig über den Raumwinkel 4π verteilt ist.

Herr N. Campbell hat nun l. c. Bedenken zweierlei Art gegen meine Arbeit erhoben. Einmal glaubt er, ich habe aus meinen Beobachtungen die Schwankungen falsch berechnet, zweitens versucht er zu zeigen, daß ich meine Messungen falsch gedeutet habe. Hierauf möchte ich im folgenden eingehen.

§ 2. Das Prinzip der Versuchsanordnung in meiner Arbeit war kurz folgendes. Der durch die γ-Strahlen in einem Luftkondensator hervorgebrachte Ionisationsstrom wurde durch einen sehr großen Widerstand R zur Erde abgeleitet, und die an den Enden von R auftretende Potentialdifferenz mit einem Elektrometer gemessen. Ist nun der Ionisationsstrom Schwankungen unterworfen, so werden diese von dem Elektrometer angezeigt. Meine Anordnung hatte es mit sich gebracht, daß der Wert von R sich von Versuch zu Versuch änderte, wodurch natürlich auch die Empfindlichkeit der ganzen Messung beeinflußt wurde. Ich nahm nun an, um zwei gemessene Schwankungen (ε) miteinander vergleichen zu können, d. h. um sie auf dieselbe Empfindlichkeit umzurechnen, daß

$$\varepsilon \text{ proportional } R \text{ sei.}$$

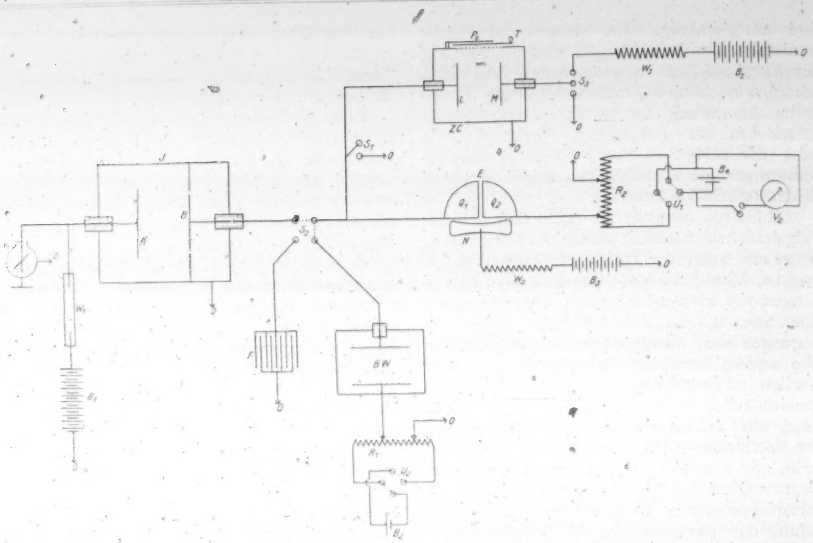
Aus der Theorie aber, die Herr Campbell gibt, und nach der man die wirkliche Größe der Schwankung aus dem beobachteten Werte der Schwankung und den Konstanten der Meßanordnung (R, Kapazität, Elektrometerkonstanten) berechnen kann, folgt

$$\varepsilon \text{ proportional } \sqrt{R}.$$

Wenn nun auch nach den Worten von Herrn Campbell diese veränderte Korrektion nur im Falle meiner Tabelle 4 eine ernstliche Wirkung ausübt, so soll doch im folgenden diese Korrektion experimentell bestimmt werden. Es wurde dazu einfach ein und dieselbe, radioaktive Schwankung bei verschiedenem R gemessen.

§ 3. Die verwendete Versuchsanordnung war folgende (Figur). J ist das Ionisierungsgefäß. Die eine Elektrode A trägt auf ihrer vorderen Seite ein Poloniumpräparat. Über den Amylalkoholwiderstand W_1 kann A durch die Batterie B_1 auf 1000—2000 Volt geladen werden. Ein Braunsches Elektrometer V_1 erlaubt die Spannung zu kontrollieren. Die verwendete Spannung genügte, um nahe Sättigungsstrom zu erreichen. Die andere Elektrode B, die sich innerhalb eines Schutzringes befindet, ist mit dem einen Quadrantenpaare Q_1 eines Dolezalekschen Elektrometers E verbunden. Das Qua-

1) Norman Campbell, diese Zeitschr. **11**, 826, 1910.
2) Edgar Meyer, Sitzungsber. d. Berliner Akad. d. Wiss. **32**, 647, 1910; Jahrbuch d. Radioakt. u. Elektronik **7**, 279, 1910.



drantenpaar Q_2 kann geerdet oder auf ein bestimmtes Potential gebracht werden (zur teilweisen Kompensation oder zur Empfindlichkeitsbestimmung). Hierzu dient in leicht verständlicher Anordnung der Widerstand R_2, der Umschalter U_1, die Batterie B_4 (2 Volt) und das Voltmeter V_2. Die Elektrometernadel N wird über den Widerstand W_2 (10^8 Ohm) durch die Batterie B_3 auf 100—260 Volt geladen.

Q_1 liegt nun über den Schlüssel S_2 an dem einen Ende eines Bronsonwiderstandes BW (zur Ionisation diente ebenfalls Polonium). Das andere Ende von BW war geerdet oder konnte auf ein bestimmtes Potential gebracht werden. Dazu diente ein guter Wolfscher Widerstand R_1 von 110 000 Ohm, der Umschalter U_2 und die Batterie B_2 (40 Volt). Die Größe des Bronsonschen Widerstandes konnte leicht durch Abstandsänderung der Elektroden variiert werden.

Durch S_1 kann Q_1 geerdet werden. Durch Umschalten von S_2 wird die Kapazität F (0,05 bis 1,0 Mikrofarad) angelegt. Durch Aufladen von F kann dann entweder der Gesamtstrom i oder die Charakteristik des Bronson aufgenommen werden.

Das an BW angelegte Potential wurde so abgeglichen, daß der durch J fließende Strom kompensiert war. Das Elektrometer zeigt dann nur die Schwankungen des Ionisationsstroms[1]), die in der bekannten Weise gemessen wurden (vergl. im Nachtrage zur vorliegenden Arbeit das Beispiel einer vollständigen Messung). Selbstverständlich waren alle Leitungen sorgfältig elektrostatisch geschützt.

§ 4. Werden auf diese Weise die Schwankungen des RaF-Präparates in J bei zwei verschiedenen Werten R_1 und R_2 des Bronson beobachtet, so muß man noch zur Bestimmung der gesuchten Korrektion den Wert $\frac{R_1}{R_2}$ messen. Hierzu dienten zwei Methoden. Da der mittlere Strom in J bei zwei Versuchen konstant bleibt, müssen die R sich verhalten wie die an BW angelegten Kompensationspotentiale V, also $\frac{R_1}{R_2} = \frac{V_1}{V_2}$. Die zweite Methode war die gleiche, wie ich sie in meiner früheren Arbeit angewendet habe. Q_1 ist noch mit der Elektrode L einer zweiten Ionisierungskammer ZC verbunden. Die andere Elektrode M wird über den Widerstand W_3 durch die Batterie B_5 auf 120—160 Volt aufgeladen. Ionisiert wird durch ein in konstanter Stellung gehaltenes Poloniumpräparat Po; durch einen Schieber T kann die mit Drahtnetz bedeckte Öffnung der Kammer geschlossen und so die α-Strahlung von Po abgeschnitten werden. Durch diese Anordnung ist es möglich, einen konstanten Zusatzstrom in ZC zu erzeugen.

1) Die Schwankungen des Bronson kommen nicht in Betracht, weil der durch den Bronson fließende Strom immer nur ein kleiner Bruchteil seines Sättigungsstromes ist (etwa $1/10$). Vergl. hierzu: Edgar Meyer u. Erich Regener, Ann. d. Phys. (4) **25**, 767, 1908.

Die durch diese Zusatzströme am Elektrometer bewirkten Ausschläge Δi sind dann proportional den in Betracht kommenden Bronson-Widerständen, so daß man hat $\frac{R_1}{R_2} = \frac{\Delta i_1}{\Delta i_2}$. Beide Methoden ergaben dasselbe Resultat, wie folgende Messungen zeigen:

$\frac{V_1}{V_2}$	$\frac{\Delta i_2}{\Delta i_1}$
2,03	2,01
1,82	1,85
1,86	1,97

§ 5. In Tabelle 1 ist als Beispiel eine Messungsreihe angegeben, andere Reihen ergaben dasselbe Resultat. Die Werte der Schwankungen (ε) sind aus je 200 Beobachtungen abgeleitet. EE bedeutet die Elektrometerempfindlichkeit (Ausschlag in Doppelmillimeter für 1 Volt).

Tabelle 1.

Datum	ε_1	ε_2	$\frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2}$	EE	$\frac{V_1}{V_2}$	$\sqrt{\frac{V_1}{V_2}}$
1910						
15. Oktober	11,2	6,0	1,87	1850	2,06	1,44
17. „	9,7	6,4	1,52	1875	2,07	1,44
19. „	10,6	6,0	1,77	1850	1,73	1,32
20. „	10,7	5,8	1,84	1855	1,77	1,33
21. „	10,9	6,0	1,82	1865	1,81	1,35
Mittel			1,76		1,89	1,38

Hieraus ist zu ersehen, daß für die vorliegende Anordnung weder meine Korrektion $\frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2} = \frac{R_1}{R_2}$ noch die von Herrn Campbell $\frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2} = \sqrt{\frac{R_1}{R_2}}$ richtig ist. Man findet immer $\frac{R_1}{R_2} > \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2} > \sqrt{\frac{R_1}{R_2}}$.

§ 6. Die Messungen aber, von denen Tabelle 1 ein Beispiel zeigt, sind nicht einwandfrei, denn sie sind nicht unter denselben Verhältnissen wie meine früheren Beobachtungen gewonnen. Früher änderte sich R aus zwei Gründen. Einmal entstanden (vergl. l. c., § 7), wegen der Durchlässigkeit der 0,8 cm dicken Bleikugel für die γ-Strahlen, Nebenschlüsse zu dem Bronson, dann aber änderte dieser selbst seine Größe wegen den in den einzelnen Versuchen verschiedenen Strombelastungen, da das Ohmsche Gesetz nicht exakt befolgt wurde. Jetzt aber wurde R durch Änderung des Elektrodenabstandes variiert. Um nun dieselben Verhältnisse wie früher zu haben, wurde folgende Versuchsreihe angestellt.

An Stelle des Ionisierungsgefäßes J wurde die früher (l. c., § 5) ausführlich beschriebene Ionisierungskammer gesetzt. Diese wurde luftdicht verkittet und mit ihrer Hilfe die γ-Strahlschwankungen[1]) eines $Ra\,Br_2$-Präparates (5 mg) gemessen, einmal wenn die Kammer Luft, dann wenn sie Äthylchloriddampf[2]) enthielt. Im zweiten Falle ist die Strombelastung des Bronson etwa dreimal so groß. Es wurde ferner die Stromspannungskurve des Bronson aufgenommen (Tabelle 2), und aus dieser die zu den einzelnen Kompensationsspannungen zugehörigen Widerstandswerte R des Bronson graphisch entnommen.

Tabelle 2.

V in Volt	i in willkürlichen Einheiten
0,10	0,00164
0,30	0,00500
0,50	0,00766
0,90	0,0124
1,90	0,0241
3,90	0,0469
5,90	0,0568
9,90	0,0826
19,90	0,149

Um zu sehen, ob die richtige Korrektion wie $\frac{R_1}{R_2}$ oder wie $\sqrt{\frac{R_1}{R_2}}$ verläuft, wurde diese auf einem anderen Wege gemessen.

§ 7. Zu diesem Zwecke wurde das Poloniumpräparat Po durch T abgeschirmt, und vermittelst des Schlüssels S_3 die Spannung der Batterie B_3 plötzlich an M angelegt oder abgeschaltet (M geerdet). Hierdurch wird erreicht, daß auf L und damit auf dem ganzen damit verbundenen Systeme eine ganz bestimmte, immer gleiche Elektrizitätsmenge induziert wird[3]), die man als eine künstliche, konstante Schwankung auffassen kann. Der Ausschlag am Elektrometer ΔV, den diese künstliche Schwankung hervorbrachte[4]), wurde je zehnmal bei den verschiedenen Strombelastungen des Bronson abgelesen. $\frac{\Delta V_1}{\Delta V_2}$ ist dann die richtige Korrektion, wie auch in § 8 noch experimentell gezeigt werden wird.

1) Immer wenn γ-Strahlen zur Beobachtung gelangen sollten, passierten die Strahlen des Ra mindestens 3 mm Blei.

2) Aus einer von Kahlbaum bezogenen Bombe entnommen und vor dem Eintritt in die Ionisierungskammer durch ein Wattefilter geleitet.

3) Es ist dieses eine Methode, wie sie im Prinzip bei der Kapazitätsbestimmung von F. Harms (diese Zeitschr. 5, 47, 1904) oder der von N. Campbell (Phil. Mag. [6] 21, 42, 1911) vorliegt.

4) Durch besondere Versuche wurde festgestellt, daß ΔV gut proportional der induzierten Elektrizitätsmenge ist. Die Änderung der Kapazität des Elektrometers mit dem Ausschlage kommt also nicht störend in Betracht.

Die Versuchsergebnisse sind in Tabelle 3 zusammengestellt. $\frac{\Delta V_G}{\Delta V_L}$ hat die eben angegebene Bedeutung (ΔV_G künstliche Schwankung, wenn die Kammer Äthylchloriddampf, ΔV_L dasselbe, wenn sie Luft enthält). $\frac{R_G}{R_L}$ ist das Verhältnis der Werte des Bronson, das, wie in § 6 angegeben, gewonnen wurde. KP_G bezw. KP_L ist das am Bronson anliegende Kompensationspotential bei Gas- bezw. Luftfüllung. (Vergl. zu Tabelle 3 auch Tabelle 7, welche die ausführlichen Versuche enthält.)

Tabelle 3.

Datum	$\frac{\Delta V_G}{\Delta V_L}$	KP_G	KP_L	i_G	i_L	$\frac{R_G}{R_L}$ [1]
1911						
24. Oktober	1,24	3,97	0,952	0,0433	0,0132	1,27
27. „	1,25	3,87	0,904	0,0427	0,0127	1,27
28. „	1,21	3,58	0,855	0,0400	0,0120	1,26
31. „	1,29	4,19	0,938	0,0451	0,0132	1,28
1. Nov.	1,22	4,24	0,977	0,0459	0,0137	1,30
Mittel	1,24					1,28

Aus dieser Tabelle ist zu ersehen, daß meine Korrektion zu Recht besteht, der Einwand des Herrn Campbell also nicht stichhaltig ist. Hierzu will ich aber noch bemerken, daß meine Korrektion theoretisch nicht ohne weiteres begründet ist. ε proportional R ist einfach ein empirisch gefundenes Gesetz, das in dem in Betracht kommenden Bereiche und bei meiner Anordnung angenähert gültig ist.

§ 8. Zum Beweise, daß die „Methode der künstlichen Schwankungen", wie sie im vorigen Paragraphen auseinandergesetzt wurde, die richtige Korrektion ergibt, wurde folgender Versuch angestellt. Die in einer Ionisierungskammer, deren Dimensionen als unwesentlich nicht angegeben werden, durch γ-Strahlen von 5 mg $Ra\,Br_2$ hervorgerufenen Schwankungen wurden bei verschiedenem R des Bronson (erreicht durch Variation des Elektrodenabstandes) gemessen und gleichzeitig $\frac{\Delta V_1}{\Delta V_2}$ bestimmt. Ist dann die bei großem R beobachtete Schwankung ε_g, die bei kleinem R ε_k, so sollte, wenn $\varepsilon_g \cdot \frac{\Delta V_k}{\Delta V_g} = \varepsilon'_g$ gesetzt wird, $\frac{\varepsilon'_g}{\varepsilon_k} = 1{,}0$ sein, falls die Korrektion richtig ist. In Tabelle 4 ist das Resultat angegeben. Die Bezeichnung der einzelnen Kolumnen ist nach dem Vorhergehenden verständlich. Bemerkt sei noch, daß bei jedem Versuche auch die Leerschwankung bestimmt wurde, d. h. die Schwankung, die das Elektrometer durch Erschütterungen u. dergl. veranlaßt, anzeigte. Diese Größe ist unter ε_0 angegeben. ε_g und ε_k sind wegen der Leerschwankungen schon korrigiert.

Tabelle 4.

Datum	ε_g	ε_k	$\frac{\Delta V_g}{\Delta V_k}$	EE	$\frac{\varepsilon'_g}{\varepsilon_k}$	ε_0
4. Mai 1911	4,41	4,40	1,18	5525	0,94	0,30
5. „	5,19	4,31	1,19	5560	1,01	0,52
6. „	4,59	3,31	1,19	5550	1,17	0,38
8. „	5,42	4,36	1,21	5425	1,03	0,62
9. „	5,51	3,84	1,22	5500	1,18	0,49
Mittel					1,07	

Innerhalb der Genauigkeitsgrenze also, die bei derartig angestellten Versuchen auf etwa 10 Proz. zu veranschlagen ist, ist $\frac{\varepsilon'_g}{\varepsilon_k} = 1{,}0$; d. h. die Methode der künstlichen Schwankungen gibt die richtige Korrektion. Herr Campbell hat mich aber brieflich gütigst darauf aufmerksam gemacht, daß dieser Methode der künstlichen Schwankungen keine allgemeine Gültigkeit zukommt. Es ist hier ebenso wie bei $\frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2} = \frac{R_1}{R_2}$; nur in dem in Betracht kommenden Bereiche, bei der erreichten Genauigkeit der Schwankungsmessungen und für die verwendete Anordnung gilt mit genügender Annäherung $\frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2} = \frac{\Delta V_1}{\Delta V_2}$, wie die Versuche der Tabelle 4 zeigen.

§ 9. Um mich zu versichern, daß die Resultate meiner früheren Arbeit richtig sind, habe

Tabelle 5.

Datum	ε_g	ε_k	$\frac{\Delta V_g}{\Delta V_k}$	EE	$\frac{\varepsilon_g}{\varepsilon'_k}$	$\frac{i_g}{i_k}$	$\sqrt{\frac{i_g}{i_h}}$
28. Juni 1911	5,81	4,10	1,02	4850	1,39	1,95 [1]	1,40
1. Juli 1911	6,46	3,26	1,02	4775	1,94		
5. „	8,16	5,08	1,04	4815	1,55		
6. „	8,18	4,68	1,03	4715	1,70		
13. „	6,53	4,62	1,07	4490	1,32		
Mittel					1,58	1,95	1,40

1) Mittel aus fünf Versuchen an verschiedenen Tagen.

1) Der Wert $\frac{R_G}{R_L}$ stellt allerdings nur das Verhältnis der Bronsonwiderstände allein dar, während bei der Messung diese Widerstände mit den parallel geschalteten Nebenschlüssen (vergl. oben § 6) in Betracht kamen. Wie aber besondere Versuche zeigten, kann man das Verhältnis der wirksamen Widerstände genügend nahe gleich $\frac{R_G}{R_L}$ setzen. So wurde z. B. (einige Zeit später) durch direkte Messung $\frac{R_G}{R_L} = 1{,}35$, das Verhältnis der wirklich wirksamen Widerstände aber gleich 1,40 gefunden. Dieses Verhalten erklärt sich dadurch, daß die Nebenschlußwiderstände verhältnismäßig groß sind gegenüber den Bronsonwiderständen.

ich die Versuche mit der geteilten Elektrometerkugel (l. c., § 11) nach der Methode der künstlichen Schwankungen wiederholt. Das Resultat ist in Tabelle 5 angegeben. Die Bezeichnungen sind dieselben wie früher, auf die Leerschwankung ist Rücksicht genommen.

Früher war gefunden worden $\frac{\varepsilon_g}{\varepsilon_h} = 1{,}44$; $\frac{i_g}{i_h} = 1{,}88$; $\sqrt{\frac{i_g}{i_h}} = 1{,}38$. Es hat sich also wohl innerhalb der Beobachtungsfehler dasselbe Resultat wie früher ergeben.

§ 10. Trotz dieser Übereinstimmung mit meinem früheren Resultate, wurde die Messung doch nochmals wiederholt, und zwar aus folgendem Grunde. Ebenso wie früher lag auch bei der Messung in § 9 an dem Schutzkasten K (vergl. Fig. 2, l. c.) das Kompensationspotential des Bronson. Es hatte sich nun auf Grund anderer Versuche, über die in kurzer Zeit an anderer Stelle berichtet werden soll, die Vermutung aufgedrängt, daß in dem Nebenschlußwiderstande zwischen A und K die Schwankungen synchron mit denen zwischen A und B erfolgen. Da K dem Vorzeichen nach ein entgegengesetztes Potential hat wie B, so hätten sich dadurch vielleicht die gemessenen Schwankungen kleiner ergeben können. Aus diesem Grunde wurden die Beobachtungen des § 9 wiederholt, wenn K geerdet war. Tabelle 6 enthält die Resultate.

Tabelle 6.

Datum	ε_g	ε_h	$\frac{\Delta V_g}{\Delta V_h}$	EE	$\frac{\varepsilon_g}{\varepsilon_h}$	$\frac{i_g}{i_h}$	$\sqrt{\frac{i_g}{i_h}}$
21. Juni 1911	7,43	6,44	1,08	4950	1,25	1,95[1]	1,40
22. „	6,53	5,15	1,08	4925	1,37		
23. „	8,37	5,48	1,09	4900	1,66		
24. „	6,96	5,77	1,05	4890	1,27		
25. „	8,47	4,78	1,09	4890	1,93		
26. „	7,46	4,46	1,05	4850	1,71		
Mittel					1,53	1,95	1,40

Innerhalb der Beobachtungsfehler hat sich also wieder dasselbe Resultat ergeben. Die vermutete Fehlerquelle kommt daher nicht in Betracht.

§ 11. Aus dem in § 2 bis § 10 Gesagten scheint mir hervorzugehen, daß der Einwand des Herrn Campbell, ich habe meine Beobachtungen falsch korrigiert, nicht stichhaltig ist. Ich möchte noch bemerken, daß Herr Campbell früher selbst Versuche angestellt hat[2]), aus denen auch hervorgeht, daß sich ε proportional R ändern kann. Ich verweise dazu auf Tabelle I l. c., aus der sich dieses Verhalten für die schwächeren Ströme ergibt. Ferner sind dort die Messungen der Tabelle III keine Bestätigung seiner Theorie. Nach einer gütigen brieflichen Mitteilung hat Herr Campbell in einer anderen Anordnung auch nachweisen können, daß $\frac{R_1}{R_2} > \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2} > \sqrt{\frac{R_1}{R_2}}$ ist. Vergl. hierzu auch den Nachsatz von Herrn Campbell am Schlusse der vorliegenden Arbeit.

§ 12. Ich möchte nun auf das zweite Bedenken von Herrn Campbell eingehen. Herr Campbell gibt in seiner Arbeit eine ausführliche Theorie über den Zusammenhang zwischen den Schweidlerschen Schwankungen in der Anzahl der seitens einer radioaktiven Substanz emittierten Strahlen und den Schwankungen in der Anzahl der seitens dieser Strahlen erzeugten Ionen. Dabei berücksichtigt er sämtliche Theorien, die bisher über den Ionisierungsprozeß durch γ-Strahlen aufgestellt sind. Er kommt zu dem Schlusse, daß meine Versuche mit keiner für ihn annehmbaren Theorie zweifelsfrei in Einklang stehen.

Nach Campbell sind aber meine Beobachtungen über die Änderung der Schwankungen mit dem Öffnungswinkel nicht unverträglich mit dem Theorienpaar AD und BD, nämlich mit der Auffassung, daß der größte Teil der Ionisation von Sekundärstrahlen bewirkt wird, daß die Energie aus den Primärstrahlen stammt, und daß diese Strahlen entweder isotrop oder anisotrop sind. Allerdings müßte dann die Beziehung zufällig sein, die ich für die Schwankungen fand, wenn man den Gasinhalt der Ionisierungskammer oder das Material ihrer Wandungen ändert (Schwankungen proportional dem Ionisationsstrom). Um diesen Punkt zu untersuchen, habe ich die Versuche des § 13 meiner früheren Arbeit wiederholt. Ich nahm aber jetzt nicht mehr Kohlensäure und Luft, sondern Äthylchloriddampf und Luft. Das Verhältnis der Ionisationsströme in beiden Gasen ist hier etwa 3 gegen höchstens 1,9 bei den alten Versuchen. Dadurch läßt sich natürlich die gesuchte Beziehung genauer feststellen. Tabelle 7 enthält die Resultate.

Hierin bedeutet: ε_G bezw. ε_L die Schwankungen bei Gas- bezw. Luftfüllung (die Werte sind korrigiert wegen der Leerschwankungen), ΔV_G bezw. ΔV_L die künstlichen Schwankungen, $\varepsilon'_G = \varepsilon_G \frac{\Delta V_L}{\Delta V_G} \frac{i_G}{i_L}$ das Verhältnis der gesamten Ionisationsströme, KP_G bezw. KP_L die am Bronson anliegenden Kompensationspotentiale (vermittelst deren man aus Tabelle 2 die relativen Werte des Bronson bestimmen kann).

1) Mittel aus fünf Versuchen an verschiedenen Tagen.
2) Norman Campbell, Proc. Cambr. Phil. Soc. 16, 513, 1910.

Tabelle 7.

Datum	ε_G	ε_L	$\frac{\Delta V_G}{\Delta V_L}$	EE	$\frac{\varepsilon'_G}{\varepsilon_L}$	$\frac{i_G}{i_L}$	KP_G	KP_L	Bemerkungen
24. Oktober 1911 . . .	15,8	4,09	1,24	4840	3,11	2,81	3,97	0,952	Mit P_2O_5 getrocknet.
27. „ . . .	13,6	4,02	1,25	5015	2,71	2,98	3,87	0,904	Nicht getrocknet.
28. „ . . .	13,1	3,76	1,21	4885	2,88	2,93	3,58	0,855	„ „
31. „ . . .	16,6	4,30	1,29	5063	2,99	3,02	4,19	0,958	„ „
1. November 1911 . .	13,6	3,42	1,22	5090	3,26	3,03	4,24	0,977	„ „
Mittel					2,99	2,95			

Es zeigt sich also, daß wieder wie früher $\frac{\varepsilon'_G}{\varepsilon_L} = \frac{i_G}{i_L}$ ist, und es ist wohl ausgeschlossen, daß dieses dem Zufall zuzuschreiben ist. Gleichzeitig zeigen auch diese Versuche, da sie, wie in § 7 angegeben, in dem vollständig luftdicht abgeschlossenen Gefäße angestellt sind, daß die beobachteten Schwankungen nicht etwa auf Schwankungen des äußeren Atmosphärendruckes zurückzuführen sind.

§ 13. Hiernach wären also meine Versuche mit keiner nach Campbell annehmbaren Theorie in Einklang zu bringen. Herr Campbell verwirft die Theorie C, nach der die Ionen in der Luft unmittelbar durch die Einwirkung der γ-Strahlen auf die Moleküle hervorgebracht werden. Er gibt der Theorie (D) von Bragg den Vorzug, nach der die gesamte Ionisation von Sekundärstrahlen herrührt. Nun scheint mir doch, daß die Theorie von Bragg noch nicht genügend fundiert ist, auch noch nicht durch die Versuche von C. T. R. Wilson[1]), als daß man ihr gegenüber die anderen Theorien verwerfen müßte. Denn ihr widersprechen, wie mir scheint, die Versuche von Kleeman[2]). Ferner sollte nach der Braggschen Theorie ein γ-Impuls (oder vielmehr nach Bragg eine γ-Korpuskel) nur einen Sekundärstrahl auslösen, da dieser die ganze primäre Energie übernimmt. Ich kann aber zeigen, daß das nicht der Fall ist, daß sicherlich von einem γ-Impulse, wenn die Ionisation auf Sekundärstrahlauslösung beruht, mehr als ein Sekundärstrahl erzeugt wird. Die Versuche sind in der Art ausgeführt, daß die Schwankungen durch γ-Strahlen in zwei hintereinander gestellten Ionisierungskammern gleichzeitig gemessen wurden. Es zeigte sich, daß in diesem Falle eine Abhängigkeit der Schwankungen in beiden Gefäßen besteht. Diese Versuche sollen in kurzer Zeit, wie schon erwähnt, an anderer Stelle ausführlich beschrieben werden.

1) C. T. R. Wilson, Proc. Roy. A. **85**, 285, 1911. Aus zwei Gründen scheinen mir diese Versuche für die Braggsche Theorie nicht beweisend. Erstens konstatiert Herr Wilson bei seiner Methode nur die Stellen größter Ionendichte, es bleibt unbekannt, in welchem Verhältnisse diese Ionisierung zur Gesamtionisation steht. Zweitens ist aus derartigen Versuchen nicht zu ersehen, wie sich die einzelnen Sekundärstrahlen den einzelnen γ-Impulsen zuordnen, d. h. ob mit einem γ-Impuls nur ein Sekundärstrahl genetisch verbunden ist.

2) R. D. Kleeman, Proc. Camb. Phil. Soc. **15**, 169, 1909.

§ 14. Zusammenfassung.

1. Es wird gezeigt, daß meine früheren Beobachtungen über die Schwankungen der γ-Strahlen richtig sind. Der Einwand von Herrn Campbell, ich habe mit einer falschen Korrektion gerechnet, ist nicht stichhaltig.

2. Herrn Campbells Diskussion über meine Versuchsinterpretation ist nicht vollständig. Es werden zwei neue Versuchsergebnisse angegeben, aus denen hervorgeht, daß man aus Herrn Campbells Diskussion noch keine endgültigen Schlüsse ziehen kann.

Aachen, Physikalisches Institut der Techn. Hochschule.

Nachtrag.

Um zu zeigen, wie man aus den Beobachtungen die Schwankungen berechnet, gebe ich im folgenden einen willkürlich ausgewählten Versuch der Tabelle 7 nach meinem Beobachtungsjournal ausführlich wieder.

31. 10. 1911. 9^h p. m.

$EE = 5100$ Skalteile pro Volt.

An $B + 2000$ Volt.

Für die künstliche Schwankung $V + 160$ Volt.

Nullpunkt des Elektrometers bei anliegendem Bronson[1]) (mit 0,10 Volt Kompensationsspannung für das zweite Quadrantenpaar, liegt immer an) $= 21{,}0$.

C_2H_5Cl-Dampf bis zum Konstantwerden des Stromes durch die Kammer geleitet.

Strom im Gas (i_G).

Kapazität $F = 1{,}0$ M.F. Nullpunkt des Elektrometers 25,0.

An $B + 2000$ Volt: ($t =$ Aufladezeit).

t_4 von 23,5 — 22,5:

22,2″ 21,4 21,0.

1) Bei S_1 (vgl. Figur) nicht geerdet.

An $B = 2000$ Volt:
t_{-} von 26,5 — 27,5:
22,2″ 22,6 21,8 $\quad \bar{t}_{C=0,5} = 10,9''$.

NP	α	$V\Delta_G$[1]
21,9	36,3	14,4
22,2	10,5	11,7
20,9	35,6	14,7
21,0	6,3	14,7
21,7	32,9	11,2
21,7	7,8	13,9
20,5	33,5	13,0
20,1	33,7	13,6
24,5	10,7	13,8
20,5	33,3	12,8

Mittel: $\Delta V_G = 13{,}38$

NP	α	ΔV_L
20,2	31,0	10,8
20,7	10,6	10,1
19,1	29,8	10,7
20,3	9,9	10,4
20,2	30,3	10,1
21,2	10,7	10,5
20,0	30,2	10,2
20,0	10,3	9,7
19,4	29,6	10,2
20,5	9,2	11,3

Mittel: $\Delta V_L = 10{,}40$

(Die ΔV_L-Messungen wurden beide direkt vor den entsprechenden ε-Messungen angestellt.)

Schwankungen in C_2H_5Cl (ε_G); $KP_G = 4{,}19$ Volt, beobachtet alle 5″.

α	Δ	Δ^2	α	Δ	Δ^2	α	Δ	Δ^2	α	Δ	Δ^2	α	Δ	Δ^2	α	Δ	Δ^2
19,1	18	324	19,2	17	289	19,2	17	289	23,6	27	729	18,2	27	729	19,8	11	121
17,7	32	1024	20,1	8	64	19,9	10	100	23,1	22	484	18,5	24	576	20,1	8	64
17,6	33	1089	19,2	17	289	20,3	6	36	23,4	25	625	16,5	44	1936	21,1	2	4
20,2	7	49	19,7	12	144	20,7	2	4	23,9	30	900	15,7	52	2704	21,1	2	4
20,2	7	49	20,5	4	16	22,5	16	256	24,6	37	1369	16,3	46	2116	21,8	9	81
20,3	6	36	20,3	6	36	23,0	21	441	24,1	32	1024	17,3	36	1296	22,5	16	256
21,1	2	4	20,0	9	81	22,9	20	400	22,9	20	400	18,1	28	784	23,2	23	529
19,5	14	196	19,8	11	121	22,9	20	400	21,9	10	100	18,8	21	441	21,7	8	64
20,1	8	64	20,5	4	16	23,2	23	529	23,1	22	484	19,9	10	100	21,2	3	9
22,1	12	144	19,9	10	100	22,8	19	361	22,0	11	121	20,0	9	81	20,7	2	4
23,3	24	576	19,9	10	100	22,3	14	196	20,2	7	49	20,5	4	16	20,7	2	4
21,2	3	9	21,2	3	9	22,1	12	144	20,1	8	64	21,5	6	36	21,2	3	9
19,8	11	121	21,2	3	9	21,5	6	36	19,8	11	121	22,0	11	121	20,6	3	9
21,1	2	4	19,9	10	100	21,2	3	9	19,3	16	256	20,9	0	0	19,5	14	196
22,4	15	225	19,0	19	361	21,1	2	4	20,5	4	16	22,3	14	196	19,7	12	144
21,3	4	16	20,3	6	36	21,2	3	9	22,3	14	196	22,5	16	256	20,2	7	49
20,4	5	25	20,5	4	16	20,4	5	25	21,6	7	49	22,8	19	361	18,9	20	400
21,5	6	36	20,1	8	64	19,2	17	289	22,1	12	144	23,7	28	784	18,0	29	841
22,8	19	361	19,5	14	196	19,8	11	121	22,0	11	121	24,2	33	1089	18,2	27	729
23,0	21	441	18,9	20	400	20,1	8	64	21,4	5	25	21,0	1	1	17,1	38	1444
22,6	17	289	21,9	10	100	19,5	14	196	21,5	6	30	21,8	9	81	18,2	27	729
22,6	17	289	22,3	14	196	18,9	20	400	22,8	19	361	23,9	30	900	19,0	19	361
21,5	6	36	21,1	2	4	18,4	25	625	21,9	10	100	24,4	35	1225	19,7	12	144
23,0	21	441	20,9	9	81	19,7	12	144	20,0	9	81	22,8	19	361	20,5	4	16
21,5	6	36	18,9	20	400	20,1	8	64	20,6	3	9	22,7	18	324	18,9	20	400
21,5	6	36	18,6	23	529	21,0	1	1	21,1	2	4	22,3	14	196	18,9	20	400
22,0	11	121	18,9	20	400	20,2	7	49	20,3	6	36	22,3	14	196	18,0	29	841
22,5	16	256	19,9	10	100	21,0	1	1	20,1	8	64	21,4	5	25	18,7	22	484
21,4	5	25	20,5	4	16	22,8	19	361	20,3	6	36	22,0	11	121	20,0	9	81
22,8	19	361	19,7	12	144	22,9	20	400	21,7	8	64	22,8	19	361	23,0	21	441
22,2	13	169	18,9	20	400	22,2	13	169	21,4	5	25	22,2	13	169	22,6	17	289
21,3	4	16	19,4	15	225	23,4	25	625	21,8	9	81	21,9	10	100	22,1	12	144
21,4	5	25	19,1	18	324	23,2	23	529	21,3	4	16	21,9	10	100	21,8	9	81
19,8	11	121	20,0	9	81	22,4	15	225	18,7	22	484	20,5	4	16	22,9	20	400

$n = 204$

$\Sigma\alpha = 4262{,}2$

$\frac{\Sigma\alpha}{n} = 20{,}9.$

$\Sigma\Delta^2 = 56207$

$\varepsilon_G = \sqrt{\frac{\Sigma\Delta^2}{n}} = 16{,}6$ kleine Skalenteile

1) Die einzelnen ΔV_G stimmen schlechter überein als die ΔV_L, weil die Beobachtungen durch die stärkeren Schwankungen mehr gestört werden.

Schwankungen in Luft (ε_L); $KP_L = 0{,}958$ Volt; beobachtet alle 5″.

α	Δ	Δ^2	α	Δ	Δ^2	α	Δ	Δ^2	α	Δ	Δ^2	α	Δ	Δ^2	α	Δ	Δ^2
19,45	26	676	19,40	21	441	19,15	4	16	19,75	56	3136	18,75	44	1936	19,00	19	361
20	1	1	55	36	1296	15	4	16	45	26	676	50	69	4761	65	46	2116
25	6	36	93	70	5776	45	26	676	35	16	256	93	24	576	85	66	4356
55	36	1296	20,15	96	9210	50	31	961	50	31	961	19,05	14	196	25	6	36
40	21	441	00	81	6561	40	21	441	55	36	1296	45	26	676	18,90	29	841
55	36	1296	19,05	46	2116	18,75	44	1936	25	6	36	25	6	36	95	24	576
70	51	2601	60	41	1081	19,05	14	196	30	11	121	18,80	39	1521	80	39	1521
35	16	256	20	1	1	35	16	256	25	6	36	19,10	9	81	75	44	1936
18,70	49	2401	00	19	361	35	16	256	10	9	81	00	19	361	80	39	1521
19,15	4	16	40	21	441	30	11	121	00	19	361	18,75	44	1936	75	44	1936
15	4	16	20	1	1	40	21	441	00	19	361	65	54	2916	19,45	26	676
18,00	29	841	15	4	16	18,90	29	841	10	9	81	19,10	9	81	00	19	361
05	24	576	20	1	1	85	34	1156	18,85	31	1156	18,85	34	1156	18,95	24	576
19,10	9	81	35	16	256	19,15	4	16	55	04	4099	45	74	5476	19,00	19	361
55	30	1296	65	46	2116	55	36	1296	65	54	2916	65	54	2916	05	14	196
75	56	3136	35	16	256	90	71	5041	19,00	19	361	90	29	841	05	14	196
65	36	2146	18,95	24	576	20,10	91	8281	45	26	676	19,05	14	196	18,70	49	2401
60	41	1681	95	24	576	10	91	8281	70	51	2601	00	19	361	70	49	2401
85	66	4356	90	29	841	19,75	56	3136	35	16	256	10	9	81	40	79	6241
00	71	5041	19,00	19	361	75	56	3136	35	16	256	20	1	1	45	74	5476
90	71	5041	18,80	39	1521	30	11	121	05	14	196	15	4	16	35	84	7056
20,15	96	9216	65	54	2116	55	36	1296	30	11	121	05	14	196	50	69	4761
19,85	66	4356	70	49	2401	75	56	3136	75	56	3136	00	19	361	50	69	4761
55	36	1296	85	34	1156	95	76	5776	20,05	86	7396	05	14	196	30	89	7921
20	1	1	85	34	1156	20,30	111	12321	19,65	46	2116	18,85	34	1156	25	94	8836
40	21	441	19,25	6	36	19,40	21	441	30	11	121	75	44	1936	40	79	6241
45	26	676	15	4	16	18,85	34	1156	15	4	16	60	59	3481	65	54	2916
60	41	1681	20	1	1	19,10	9	81	20	1	1	70	49	2401	75	44	1936
50	31	961	20	1	1	30	11	121	05	14	196	19,35	16	256	80	39	1521
45	26	676	18,60	59	3481	45	26	676	18,95	24	576	25	6	36	75	44	1936
45	26	676	80	39	1521	75	56	3136	19,20	1	1	18,65	54	2916	35	84	7056
80	01	3721	19,10	9	81	20,30	111	12321	15	4	16	50	69	4761	15	104	10816
20,10	91	8281	00	19	361	10	91	8281	45	26	676	55	64	4096	65	54	2916
19,75	56	3136	18,95	24	576	19,65	46	2116	40	21	441	95	24	576	95	24	576

$n = 204$

$\Sigma\alpha = 3915{,}05$

$\frac{\Sigma\alpha}{n} = 19{,}19$

$\Sigma\Delta^2 = 360\,464$

$\varepsilon_L = \sqrt{\frac{\Sigma\Delta^2}{n}} = 4{,}38$ kleine Skalenteile

Leerversuch. In der Kammer Luft[1]).

I. Reihe			II. Reihe		
α	Δ	Δ^2	α	Δ	Δ^2
11,04	20	400	11,48	1	1
00	18	324	50	1	1
16	8	64	51	2	4
20	4	16	51	2	4
21	3	9	47	2	4
14	10	100	52	3	9
20	4	16	62	13	169
29	5	25	59	10	100
29	5	25	62	13	169
32	8	64	63	14	196
22	2	4	50	1	1
20	4	16	45	4	16
22	2	4	43	6	36
29	5	25	45	4	16
31	7	49	32	17	289
33	9	81	40	9	81
27	3	9	45	4	16
20	4	16	49	0	0
20	4	16	48	1	1
28	1	1	47	2	4

1) Daß die Leerschwankung denselben Wert hatte, wenn die Kammer C_2H_5Cl enthielt, war durch besondere Versuche festgestellt worden.

(Fortsetzung von nebenstehender Tabelle.)

I. Reihe			II. Reihe		
α	Δ	Δ^2	α	Δ	Δ^2
11,27	3	9	48	1	1
29	5	25	53	4	16
34	10	100	52	3	9
42	18	324	44	5	25
33	9	81	51	2	4

$n = 25$

$\Sigma\alpha = 281{,}05$

$\frac{\Sigma\alpha}{n} = 11{,}24$

$\Sigma\Delta^2 = 1801$

$\varepsilon = \sqrt{\frac{\Sigma\Delta^2}{n}} = 0{,}85$

$n = 25$

$\Sigma\alpha = 287{,}37$

$\frac{\Sigma\alpha}{n} = 11{,}49$

$\Sigma\Delta^2 = 1172$

$\varepsilon = \sqrt{\frac{\Sigma\Delta^2}{n}} = 0{,}69$

Mittel: $\varepsilon_0 = 0{,}77$ kleine Skalenteile.

Strom in Luft (i_L).

Kapazität $F = 0{,}5$ M.F. Nullpunkt des Elektrometers 25,0.

Ap $B + 2000$ Volt:

t_+ von 23,5 — 22,5:

33,0″ 32,8 33,4

An $B = 2000$ Volt:

t_- von 26,5 — 27,5

32,6″ 32,6 32,8 $t_{C=0,5} = 32{,}9''$.

EE (am Ende des Versuchs) = 5025 Skalenteile pro Volt.

Korrektion wegen der Leerschwankung:

$$\varepsilon^2 \bar{c}_0 = 16^2{,}6 - 0^2{,}77 = 275{,}5 - 0{,}6 = 274{,}9$$
$$\varepsilon^2 l_0 = 4^2{,}38 - 0^2{,}77 = 19{,}14 - 0{,}59 = 18{,}55$$
$$\varepsilon_{G_0} = 16{,}6$$
$$\varepsilon_{L_0} = 4{,}31$$

Resultat:

$$\varepsilon_G = 16{,}6$$
$$\varepsilon_L = 4{,}38$$
$$\varepsilon_0 = 0{,}77$$
$$\frac{\Delta V_G}{\Delta V_L} = \frac{13{,}38}{10{,}40} = 1{,}29$$
$$\varepsilon'_{G_0} = \frac{16{,}6}{1{,}29} = 12{,}87$$
$$\frac{\varepsilon'_{G_0}}{\varepsilon_{L_0}} = \frac{12{,}87}{4{,}31} = 2{,}99.$$
$$\frac{i_G}{i_L} = \frac{32{,}9}{10{,}9} = 3{,}02$$
$$\sqrt{3{,}02} = 1{,}74.$$

(Eingegangen 13. Dezember 1911.)

Nachschrift von Norman Campbell.

1. Ich bin Herrn Meyer sehr verbunden für seine Liebenswürdigkeit, mich aufzufordern, der vorstehenden Veröffentlichung einige Bemerkungen hinzuzufügen. Es freut mich, zu sehen, daß die hauptsächlichen Meinungsverschiedenheiten zwischen uns beseitigt sind. In meiner früheren Arbeit waren gegen die Arbeit des Herrn Meyer zwei kritische Bemerkungen gerichtet, die beide durch die späteren Versuche in gewissem Maße berührt werden.

2. Die erste dieser kritischen Bemerkungen betraf die Korrektion

$$\frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2} = \frac{R_1}{R_2},$$

die Herr Meyer eingeführt hat. Wir sind nunmehr darüber einig, daß diese Korrektion keine theoretische Begründung hat, und nicht unter allen Umständen gültig sein kann; aber die im § 5 beschriebenen Versuche lehren, daß sie unter den Versuchsbedingungen des Herrn Meyer annähernd gilt, und daß sie der Wahrheit näher kommt als die Korrektion

$$\frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2} = \sqrt{\frac{R_1}{R_2}},$$

die ich als Ergebnis der in meiner vorigen Arbeit mitgeteilten Theorie vorgeschlagen habe. Jede Unsicherheit, die den früheren Versuchen des Herrn Meyer infolge dieser Korrektion etwa anhaftete, ist somit in befriedigender Weise beseitigt.

3. Wenn ich die Aufmerksamkeit auf diese Korrektion gelenkt habe, so war meine Absicht dabei nicht, die Arbeit des Herrn Meyer in Zweifel zu ziehen (denn die Korrektion ist auf alle Fälle klein), als vielmehr, die Theorie zu beleuchten, nach der man die beobachteten Schwankungen des Instrumentes benutzen kann, um den absoluten Wert der zur Untersuchung stehenden, tatsächlichen Schwankungen zu finden. Es ist deshalb wünschenswert, zu betonen, daß der Beweis von Herrn Meyer dafür, daß seine Korrektion der Wahrheit näher kommt als die von mir vorgeschlagene, nicht notwendig lehrt, daß die Theorie unrichtig ist. Das Hauptergebnis dieser Theorie ist, daß

$$\frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2} = \sqrt{\frac{Q_1}{Q_2}}$$

ist, wo

$$Q = \int_0^\infty f^2(t)\,dt$$

ist, und wo $f(t)$ der Ausschlag der Nadel zur Zeit t nach Erteilung der Ladungseinheit an die Elektrode ist. Bei der Berechnung von Q habe ich für $f(t)$ die in Gleichung (12) angegebene Form angenommen, die zu dem Ergebnis

$$\frac{Q_1}{Q_2} = \frac{R_1}{C_1} \Big/ \frac{R_2}{C_2}$$

führt. Wenn nun die Kapazität C von dem Widerstande R unabhängig ist, werden wir

$$\frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2} = \sqrt{\frac{R_1}{R_2}}$$

erhalten.

Direkte Versuche haben aber gezeigt, daß unter der Annahme, daß $f(t)$ von der Form (12) ist, C nicht unabhängig von R ist. Die nachstehende Tabelle gibt die Ergebnisse einiger ziemlich roher Messungen wieder, die ich hierüber mit einer in allen wesentlichen Punkten der Anordnung des Herrn Meyer ähnlichen Apparatur angestellt habe. $R_{beob.}$ ist der direkt gemessene Wert des Widerstandes zwischen den Quadranten; $R_{ber.}$ und $C_{ber.}$ sind die auf Grund der beobachteten Form der Kurve $f(t)$ und unter der Annahme, daß diese Form durch die Gleichung (12) dargestellt wird, ermittelten Werte des Widerstandes und der Kapazität. $Q_{ber.}$ ist der aus $R_{ber.}$ und $C_{ber.}$ mit Hilfe der Gleichung (14) berechnete Wert von Q. $Q_{beob.}$ ist der durch mechanische Integration auf Grund

der beobachteten Form der Beziehung $f(t)$ gefundene Wert von Q. Die Kurve $f(t)$ wurde in der Weise gezeichnet, daß der Elektrode eine bekannte Ladung erteilt und dann der Ausschlag der Nadel zu späterer Zeit beobachtet wurde:

Tabelle.

$R_{\text{beob.}}$	9,485	0,119	0,070	0,0122
$R_{\text{ber.}}$	0,455	0,118	0,070	0,0122
$C_{\text{ber.}}$	400	435	665	1670
$Q_{\text{ber.}}$	$1,07 \cdot 10^9$	$2,6 \cdot 10^8$	$9,2 \cdot 10^7$	$6,4 \cdot 10^6$
$Q_{\text{beob.}}$	$1,05 \cdot 10^9$	$2,2 \cdot 10^8$	$10,8 \cdot 10^7$	$6,6 \cdot 10^6$
$\frac{Q_{\text{beob.}}}{R_{\text{beob.}}}$	$2,3 \cdot 10^9$	$1,7 \cdot 10^9$	$1,3 \cdot 10^9$	$0,52 \cdot 10^9$
$\frac{Q_{\text{beob.}}}{R^2_{\text{beob.}}}$	$5,0 \cdot 10^9$	$14,1 \cdot 10^9$	$18,8 \cdot 10^9$	$43 \cdot 10^9$

4. Die annähernde Übereinstimmung zwischen $Q_{\text{ber.}}$ und $Q_{\text{beob.}}$ lehrt, daß die Gleichung (12) die Form von $f(t)$ für eine einzelne Versuchsanordnung ziemlich gut darstellt; wenn man aber mit Hilfe dieser Formel verschiedene Versuchsanordnungen vergleicht, so muß man annehmen, daß die Kapazität sich mit dem Widerstand ändert. Es ist daher nicht zu erwarten, daß Q proportional R sein wird; die beiden letzten Reihen zeigen, daß, wie Herr Meyer findet, Q einer zwischen R und R^2 stehenden Funktion von R proportional ist. Demnach macht die Arbeit des Herrn Meyer die eigentliche Theorie der Schwankungen nicht zweifelhaft, sondern nur die ganz oberflächliche Theorie des gerade benutzten Quadrantenelektrometers[1]).

Die neue Korrektion des Herrn Meyer,

$$\frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2} = \frac{\Delta V_1}{\Delta V_2},$$

ist, ebenso wie die früher angewandte, rein empirisch; daß sie in einem begrenzten Bereiche gut mit dem Experiment übereinstimmt, steht nicht notwendig mit der angegebenen Theorie in Widerspruch.

5. Die zweite kritische Bemerkung betraf die Deutung der Meyerschen Versuche als Beweis für oder gegen die Theorien (A) und (B) (Korpuskulartheorie und Impulstheorie). Ich hatte dargetan, daß, falls die Theorie (D) (Braggsche Theorie) der Ionisation richtig wäre, daß dann seine Versuche nicht zwischen (A) und (B) entscheiden könnten. Nach der Theorie (D) ist, wenn man die Stromstärke durch Veränderung des Materials des Gefäßes oder des darin enthaltenen Gases verändert,

$$i \backsim \int a b \, dS$$

und

$$\varepsilon^2 \backsim \int a b^2 \, dS \,^1).$$

(Hier ist $a\,dS$ die Chance dafür, daß ein Primärstrahl in dem Element mit dem Volumen dS einen Sekundärstrahl erzeugt; b ist die durchschnittliche Zahl der Ionen, die dieser Sekundärstrahl hervorbringt.) Herr Meyer fand, daß

$$\varepsilon \backsim i$$

war, eine Beziehung, die, falls sie allgemein wäre, der Theorie (D) widersprechen würde; sie widerspricht ihr indessen innerhalb gewisser experimenteller Grenzen nicht. Bei seinen neuen Versuchen weist Herr Meyer nach, daß die Beziehung

$$\varepsilon \backsim i$$

innerhalb weiter Grenzen erfüllt wird, wenn man nur das Gas in dem Gefäße wechselt. Dieses Ergebnis steht in vollkommenem Einklang mit (D), wenn die Primärstrahlen so durchdringungskräftig sind wie die von Herrn Meyer benutzten. Da nämlich die Primärstrahlen selbst in dem dichteren Gase kaum absorbiert werden, so wird durch die Änderung des Gases a nicht verändert, und da die Sekundärstrahlen in dem Gase kaum absorbiert werden, so besteht die Wirkung der Änderung des Gases darin, sämtliche Größen b in demselben Verhältnis zu verändern. Demgemäß ist

$$i \backsim b$$

und

$$\varepsilon^2 \backsim b^2,$$

oder

$$\varepsilon \backsim i,$$

und das ist die Beziehung, die Herr Meyer gefunden hat. Wären Röntgenstrahlen benutzt oder das Material des Gefäßes verändert worden, so wäre eine so einfache Beziehung nicht zu erwarten gewesen; in dem letztgenannten Falle würde sie aber vermutlich innerhalb des kleinen Bereiches, den man erhalten kann, angenähert gelten.

6. Indessen widersprechen die neuen Versuche des Herrn Meyer, bei denen gezeigt wird, daß die Schwankungen in zwei Gefäßen, durch welche die Strahlen nacheinander hindurchgehen, nicht unabhängig sind, der Theorie (D). Mit

1) Eine weitere Betrachtung hat gezeigt, daß es viele Punkte gibt, in denen Gleichung (12) die Bewegung der Elektrometernadel nicht genau wiederzugeben imstande ist. Der Fehler liegt darin, daß die von den infolge der Bewegung der Nadel auf den Quadranten induzierten Ladungen herrührenden Wirkungen nicht berücksichtigt worden sind. Eine vollständige Theorie des Instrumentes würde äußerst verwickelt sein und ist für den vorliegenden Zweck unnötig. Es wird nämlich stets leichter und befriedigender sein, Q direkt durch Beobachtung der Form von $f(t)$ zu bestimmen und den Wert von $\int_0^\infty f^2(t)\,dt$ durch mechanische Integration zu finden.

1) In den Gleichungen (24′) und (24″) der vorigen Arbeit müßte $\int a^2 b^2 \, dS$ statt $(ab)^2$ geschrieben werden.

den anderen Versuchen zusammengenommen, scheinen sie nur mit der Kombination (AE) vereinbar zu sein, das heißt mit der Annahme, daß die Primärstrahlen korpuskular sind, daß die Ionisation hauptsächlich von Sekundärstrahlen herrührt, und daß jeder einzelne Primärstrahl viele Sekundärstrahlen bilden kann. Eine ausführliche Erörterung dieser Theorie mag verschoben werden, bis der Bericht über Herrn Meyers Versuche veröffentlicht sein wird, aber gerade diese Theorienverbindung scheint mir aus allen anderen Gründen die Nachteile aller Theorien zu vereinigen und die Vorteile keiner zu besitzen. Da, wenigstens bei den Röntgenstrahlen, die Energie des Sekundärstrahles gewöhnlich dieselbe ist wie die des den Primärstrahl erregenden Kathodenstrahles, scheint die Erzeugung mehrerer Sekundärstrahlen seitens des Primärstrahles nur auf Grund der Hypothese zu erklären zu sein, daß die Energie der Sekundärstrahlen nicht aus den Primärstrahlen stammt, sondern aus den von diesen getroffenen Atomen. Wenn dies der Fall ist, so sind alle Gründe zugunsten der Korpuskulartheorie der Strahlung wertlos, und es ist sehr schwer zu erklären, weshalb die Qualität der Sekundärstrahlen durch die Qualität der Primärstrahlen bestimmt wird und von dem Material, aus dem sie ausgesandt werden, unabhängig ist.

7. Zum Schlusse möchte ich erwähnen, daß ich viele Monate lang versucht habe, unter Verwendung von Röntgenstrahlen an Stelle der γ-Strahlen Versuche auszuführen, die denen des Herrn Meyer ähnlich waren. Ich konnte keine befriedigenden Messungen erhalten, und zwar wegen derselben Schwierigkeiten, die mich dazu geführt hatten, die Versuche mit dem Licht aufzugeben[1]). Durch Änderungen in der mittleren Intensität des Primärstrahles wurden stets Schwankungen verursacht.

1) Proc. Cambr. Phil. Soc. 16, 310 und 513.

Universität Leeds, im Dezember 1911.

(Nach dem Manuskript aus dem Englischen übersetzt von Max Iklé.)

(Eingegangen 13. Dezember 1911.)

Über die Bestimmung der Geschwindigkeit transversaler Wellen in der äußersten Erdkruste.

Von H. Benndorf.

(Mitteilung aus dem physikalischen Institut der Universität Graz. No. 3.)

Trifft ein ebener longitudinaler Wellenzug von unten her die Erdoberfläche unter einem Einfallswinkel i_a, so wird ein Teil der auffallenden Energie in Form einer longitudinalen Welle mit kleinerer Amplitude unter demselben Winkel i_a, der Rest als transversale Welle unter dem kleineren Winkel i_b reflektiert. Bezeichnen wir die Geschwindigkeit der longitudinalen und transversalen Wellen mit a und b, dann ergibt die Anwendung des Huygensschen Prinzips in einfacher Weise die Beziehungen

$$\mathfrak{V} \sin i_a = a \quad \text{und} \quad \mathfrak{V} \sin i_b = b,$$

wenn mit $\mathfrak{V}$ die scheinbare Oberflächengeschwindigkeit der ankommenden longitudinalen Wellen bezeichnet wird.

Es ist also möglich die Geschwindigkeit b transversaler Wellen in unmittelbarer Nähe der Erdoberfläche zu berechnen, wenn $\mathfrak{V}$ und i_b ermittelt werden können.

$\mathfrak{V}$ läßt sich entweder direkt aus den Eintrittszeiten der ersten Vorläufer zweier genügend benachbarter Stationen berechnen, oder aber bei bekannter Epizentraldistanz aus der Laufzeitkurve der ersten Vorläufer entnehmen[1]).

Zur Ermittlung von i_b führt folgender Weg.

Es werde zunächst aus den Aufzeichnungen genügend vergrößernder Seismographen z. B. der Galitzinschen Instrumente mit Galvanometerregistrierung die Horizontalverrückung h des Erdbodens vom oder zum Herd, und die Verrückung v in der Vertikalen beim Eintreffen der ersten Vorläufer ermittelt, wobei natürlich Sorgfalt auf die theoretisch korrekte Auswertung der Diagramme zu verwenden ist. Aus der Gleichung $\frac{h}{v} = \operatorname{tg} i_s$ ergibt sich dann der Winkel i_s, den die Richtung der Gesamtverschiebung des Erdbodens mit der Vertikalen einschließt; A. Schuster hat zuerst darauf hingewiesen, daß diese Richtung, aus der der Stoß herzukommen scheint, nicht zusammenfällt mit der Richtung, in der die longitudinalen Wellen wirklich eintreffen, weil die Bodenverrückung nicht nur durch die ankommende Welle, sondern auch durch die beiden reflektierten Wellen bestimmt wird. Wiechert[2]) hat dann die Beziehung aufgestellt, die zwischen i_s und i_b bestehen muß und findet $i_s = 2 i_b$. Zur Berechnung von i_b aus h und v ergibt sich somit die Formel:

$$2 \sin^2 i_b = 1 - \cos 2 i_b =$$

$$= 1 - \frac{1}{\sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 i_s}} = 1 - \frac{v}{\sqrt{v^2 + h^2}}.$$

Es ist somit möglich, die Fortpflanzungs-

1) Siehe Tabelle I in E. Wiechert u. L. Geiger, Bestimmung des Weges der Erdbebenwellen. Diese Zeitschr. 11, 305, 1910.

2) E. Wiechert u. K. Zoeppritz, Über Erdbebenwellen. Gött. Nachr. 1907, S. 39.

geschwindigkeit $\mathfrak{b}$ durch $\mathfrak{V}$, h und v zu bestimmen gemäß der Gleichung

$$\mathfrak{b} = \mathfrak{V} \sin i_0 = \mathfrak{V} \sqrt{\frac{1}{2} - \frac{v}{2\sqrt{v^2 + h^2}}}.$$

Mir selbst ist kein Material zugänglich[1]), das zur wirklichen Berechnung hinreichen würde; ich habe deshalb auf die alten Schlüterschen Werte der Emergenzwinkel $e_0 = \frac{\pi}{2} - i_s$ zurückgegriffen, die ich in einer früheren Abhandlung[2]) bereits zu Schlüssen benutzt habe und daraus $\mathfrak{b}$ für Göttingen berechnet. Es ergibt sich folgende Zusammenstellung.

Datum des Bebens	Epizentral-entfernung in Mega-metern	$\mathfrak{V}$ in $\frac{km}{sec}$	i_s	$\mathfrak{b}$ in $\frac{km}{sec}$
1900. VII. 13.	2,0	9,0	61°	4,6
VIII. 24.	2,1	9,2	51°	4,0
VIII. 28.	2,4	9,7	34°	2,8
VIII. 27.	2,8	10,5	31°	2,8
VIII. 29.	7,5	17,4	26°	3,9
VIII. 29.	8,0	17,8	21°	3,2
IX. 1.	8,5	18,2	17°	2,7
VIII. 5.	9,0	18,7	15°	2,4
VIII. 20.	9,5	19,2	12°	2,0
VII. 29.	11,4	22,1	12°	2,3

Die Epizentralentfernungen sind von Schlüter nach einer eigenen, aber nicht mitgeteilten Methode bestimmt; mit Rücksicht auf den Stand des Wissens vor 10 Jahren kann diesen Werten keine große Genauigkeit zukommen, die Werte für $\mathfrak{V}$ sind die der Wiechertschen Laufzeitkurve entsprechenden.

Wenn auch die errechneten $\mathfrak{b}$-Werte recht stark differieren, so kann man in Anbetracht des unzureichenden Materials mit der Errechnung der richtigen Größenordnung zufrieden sein.

Jedenfalls wäre es aber wünschenswert, wenn Stationen, die mit genügend stark vergrößernden Pendeln ausgerüstet sind, die Ermittlung der Werte von i_s in ihr Arbeitsprogramm aufnehmen würden; es wäre damit eventuell auch zum ersten Male die Möglichkeit gegeben, bestehende geologische Unterschiede im Aufbau der äußersten Erdkruste durch seismische Beobachtungen direkt nachzuweisen.

Zusammenfassung: Es wird ein Weg gezeigt, auf dem aus der scheinbaren Oberflächengeschwindigkeit der longitudinalen Erdbebenwellen und aus der Richtung der durch sie erzeugten Bodenverschiebung die wirkliche Fortpflanzungsgeschwindigkeit transversaler Wellen in der Nähe der Erdoberfläche bestimmt werden kann.

Graz, Dezember 1911.

(Eingegangen 12. Dezember 1911.)

1) Erst während der Korrektur erhielt ich Kenntnis von den Resultaten Galitzins in seiner Arbeit Beobachtungen über die Vertikalkomponente der Bodenbewegung. Bull. Pet. 1911; auf diese sehr interessanten Ergebnisse komme ich demnächst zurück.

2) Über die Art der Fortpflanzung der Erdbebenwellen im Erdinnern. Mitteil. II Wien. Ber. 1906, Tabelle I. In dieser Tabelle ist ein Druckfehler enthalten: die letzte Kolonne soll statt β, $e_0 - \beta$ überschrieben sein. Auch hat sich meine damalige Ansicht, daß die Richtung der Verschiebung mit der Fortschreitungsrichtung der Welle zusammenfällt, wie oben gesagt, als falsch erwiesen.

Einige einfache Vorlesungsversuche.
(Quelques expériences de cours simples.)

Von Paul L. Mercanton.

I. Wärmeleitung durch Gase.

Um die Rolle der Wärmekonvektion und der Wärmeleitung bei der Abkühlung eines warmen Körpers zu zeigen, spannte Tyndall einen feinen Platindraht in einem Glasballon aus. Dieser Behälter konnte nach Belieben mittels einer Luftpumpe ausgepumpt oder mit einem beliebigen Gase, wie Luft, Wasserstoff usw., gefüllt werden. Ein hindurchfließender elektrischer Strom erhitzte den Draht bis zu dem gewünschten Grade. Dann beobachtete man, daß man, wenn der Draht im leeren Raum mit lebhaftem Glanze leuchtete, nur Luft einzulassen brauchte, damit seine Leuchtkraft beträchtlich abnahm. Die Wärmekonvektion vereinigte sich mit der Strahlung, um die Abkühlung des Drahtes zu vermehren. Die Wirkung wurde beträchtlich verstärkt, wenn man die Luft durch Wasserstoff ersetzte, dessen Leitfähigkeit größer ist (Grove).

Der hübsche Grove-Tyndallsche Versuch läßt sich mit geringen Kosten mit Hilfe einer Glühlampe zeigen. Man braucht sich nur vom Fabrikanten eine Kohle- oder Metallfadenlampe zu besorgen, die noch ihren Entleerungsstutzen hat und noch nicht ausgepumpt ist.

Mit Hilfe einer ausgezogenen Glasröhre führt man Leuchtgas in die vertikal aufgehängte Birne ein, bis das Gas die gesamte Luft aus der Lampe ausgetrieben hat und unten aus dem Entleerungsstutzen auszutreten beginnt. Dann sperrt man die Gaszufuhr ab und schmilzt zu. Das läßt sich gefahrlos mit einer Lötlampe bewerkstelligen.

Ich habe mit Erfolg zehnkerzige Kohlefadenlampen für 125 Volt benutzt. Jede andere Lampe würde sich ebensogut eignen, vorausgesetzt, daß ihr Faden fein ist.

Wenn man eine solche Leuchtgaslampe par-

allel zu einer gewöhnlichen Lampe vom gleichen Modell schaltet, so wird sie kaum rot, während letztere mit ihrem normalen Glanze leuchtet. Es versteht sich von selbst, daß das Glas der Gaslampe an Wärme gewinnt, was ihr Faden durch gleichzeitige Konvektion und Leitung verliert. Man weist dies dadurch nach, daß man auf jede Birne ein bischen Phosphor legt. Das Phosphorkörnchen auf der Lampe mit Gasfüllung fängt im Augenblick Feuer, während das andere unverändert bleibt.

Dieselben Versuche kann man mit Lampen anstellen, deren Faden sich in einer Benzinatmosphäre befindet, aber die Birnen bedecken sich bald mit einem Kohleüberzug, durch den der Apparat außer Gebrauch gesetzt wird.

II. Edlunds Wärmeäquivalentmessung.

Edlund hat (1865) zur Messung des mechanischen Wärmeäquivalents die Abkühlung und Erwärmung eines Metalldrahtes benutzt, der einem plötzlichen elastischen Zuge ausgesetzt und dann wieder freigelassen wurde. Die Thermodynamik stellt nämlich folgende Beziehung zwischen der Änderung der Temperatur T und der Änderung der Belastung P des Drahtes bei einem adiabatischen Vorgange auf:

$$\Delta T = -\frac{T}{E}\cdot\frac{\alpha}{c}\cdot\frac{1}{M}\cdot\Delta P.$$

Hier ist T die absolute Temperatur des Drahtes, M die Masse seiner Längeneinheit, α sein linearer Ausdehnungskoeffizient, c seine spezifische Wärme und E das mechanische Wärmeäquivalent. Wie man sieht, verläuft die Temperaturänderung in dem Sinne, daß sie sich einer Fortdauer der Deformation widersetzt.

Die Edlundsche Anordnung eignet sich nicht recht zur öffentlichen Vorführung. Ihr Prinzip verdiente indessen, einem großen Hörerkreise dargelegt zu werden. Ich glaube, daß mir dies bei meiner Vorlesung in folgender Weise gelungen ist:

Die Biegung einer elastischen Klinge führt zu beiden Seiten der Schicht neutraler Fasern Formänderungen entgegengesetzten Vorzeichens herbei, die mit dem Abstande von dieser Schicht wachsen. Die gedehnten Fasern kühlen sich ab, die zusammengedrückten erwärmen sich. Die beiden Seiten der Klinge zeigen also einen zwar vorübergehenden, aber mit einigermaßen empfindlichen Mitteln nachweisbarem Temperaturunterschied. Ich bin auf den Gedanken gekommen, an diesen Flächen die beiden Lötstellen eines thermoelektrischen Elementes herzustellen. Die von mir benutzte Anordnung umfaßt eine einfache Florettklinge, die an ihrer Wurzel in einem Schraubstock gehalten wird. In einigen Zentimetern Abstand vom breiten Ende der Klinge habe ich auf ihre beiden Breitseiten einander gegenüber zwei abgeplattete Enden Nickeldraht angelötet; diese beiden kurzen Drähte sind unmittelbar mit einem Galvanometer von niedrigem Widerstand und großer Empfindlichkeit verbunden. (Ich habe ein Drehspulengalvanometer benutzt, das für das elektrische Aktinometer von Angström gebaut war; es hatte einen inneren Widerstand von etwa 15 Ohm und zeigte 10^{-8} Ampere an.) Ein wenig Watte schützt zweckmäßig die Lötstellen gegen die Luftströme.

Wenn man die Klinge plötzlich in der gemeinsamen Ebene der beiden Lötstellen biegt, so erwärmt sich die eine Lötstelle, und die andere kühlt sich ab; das Galvanometer zeigt einen Ausschlag an und kehrt dann langsam auf Null zurück, denn der Temperaturunterschied verschwindet allmählich infolge von Wärmeleitung.

Bei einer Biegung im entgegengesetzten Sinne erfolgt auch der umgekehrte Vorgang.

Wenn die Biegung in der Symmetrieebene der Lötstellen, also senkrecht zur früheren Richtung, sonst aber in beliebigem Sinne erfolgt, so bleibt der Temperaturunterschied null, und das Galvanometer rührt sich nicht.

Für gewöhnlichen gehärteten Stahl unter einer Spannung von etwa 8000 kg/cm² ergibt die Rechnung einen Temperaturunterschied von der Größenordnung eines Zentigrades. Unter denselben Bedingungen würde eine Klinge aus Invar, dessen Ausdehnungskoeffizient zu vernachlässigen ist, nichts zeigen.

Ebenso könnte man zeigen, daß eine Torsion eine Abkühlung der peripheren Teile des Stabes erzeugt. Man brauchte nur eine der Lötstellen so anzuordnen, daß sie der Torsion entzogen wäre.

Es empfiehlt sich übrigens, ein nichtmagnetisches Metall zu wählen, um die störende Wirkung der elektromotorischen Kraft zu vermeiden, deren Richtung sich mit der Torsion ändert, und die durch diese in magnetisierten Stäben hervorgerufen wird (Zehnder), denn diese Wirkung könnte den gesuchten Effekt verschleiern.

III. Änderung der inneren Reibung einer Flüssigkeit mit der Temperatur.

Wenn eine Flüssigkeit erwärmt wird, so nimmt der Koeffizient der inneren Reibung beträchtlich ab. Das läßt sich qualitativ auf einfache Weise zeigen:

Von einer und derselben Glasröhre mit geringem Durchmesser (ungefähr 0,5 mm) schneidet man zwei Stücke von gleicher Länge (etwa

50 cm) ab. Man verbindet jedes Stück mittels eines kleinen Stückes Kautschukschlauch mit einem Trichter (von 500 cm^3) und stellt sie senkrecht nebeneinander — etwa in einem Bürettenhalter — auf. Die beiden Glastrichter sind ebenfalls möglichst identisch.

Bei einem ersten Versuch gießt man gleichzeitig in beide Trichter gleiche Mengen kalten Wassers und beobachtet die Gesamtdauer des Ausfließens des Wassers aus den unteren Rohrenden. Wenn das System gut hergerichtet ist, so erfolgt die Entleerung der beiden Apparate in merklich gleichen Zeiten.

Dann wiederholt man den Versuch, immer mit gleichen Wassermengen, nimmt aber für den einen Apparat möglichst heißes Wasser. Man beobachtet, daß bei diesem Apparate die Entleerung viel schneller erfolgt.

Es ist leicht ersichtlich, daß dies nicht von der Ausdehnung des Rohres durch das warme Wasser herrührt; deren Wirkung ist zu vernachlässigen (etwa $3\,^0/_{00}$). Es kommt vielmehr von der Abnahme der inneren Reibung des Wassers.

Wenn bei dem ersten Versuche die eine der beiden Röhren die Flüssigkeit etwas rascher hindurchließ als die andere, so wird man natürlich zum Einfüllen des heißen Wassers diese letztere wählen. Der Versuch würde dadurch nichts von seinem Werte verlieren und ebenso einwandfrei sein.

(Nach dem Manuskript aus dem Französischen übersetzt von Max Iklé.)

(Eingegangen 20. Oktober 1911.)

VORTRÄGE UND REDEN.

Der allgemeine Fall der magnetischen Zerlegung der Spektrallinien und seine Anwendung in der Astrophysik.

(Le Cas Général de la Décomposition Magnétique des Raies Spectrales et son Application en Astrophysique.)

Von P. Zeeman[1]).

Vor mehreren Jahren, nämlich im Jahre 1896, habe ich gezeigt, daß der Magnetismus die Spektrallinien eines leuchtenden Gases gewisse charakteristische Veränderungen erfahren läßt.

Unser Wissen von diesen Erscheinungen hat seit ihrer Entdeckung rasche Fortschritte gemacht. Diese Fortschritte verdanken wir Gelehrten aller Länder. Frankreich hat daran einen beträchtlichen Anteil, und hier haben anfangs 1897 Henri Poincaré, Alfred Cornu, Henri Becquerel, Aimé Cotton die ersten Beiträge zu dem in Rede stehenden Gegenstande geliefert. Seither haben sich die französischen Gelehrten ununterbrochen dafür interessiert.

Aus diesem Grunde werde ich nicht nötig haben, meinen Gegenstand ab ovo zu behandeln, und ich werde mich deshalb auch bei den einfachsten Fällen damit begnügen können, Ihnen einige Hauptpunkte in Erinnerung zu bringen.

Die wesentlichen Tatsachen, die zum Teil seitens der Theorie von Lorentz, die mir bei meinen Untersuchungen als Führerin gedient hat, vorausgesehen worden waren, sind folgende:

Denken wir uns, eine Lichtquelle sei in einem horizontalen Magnetfelde angeordnet, und wir beobachten in einer Richtung senkrecht zu den Kraftlinien. Dann sehen wir in einem Spektroskop von genügendem Auflösungsvermögen, daß jede Spektrallinie in drei Linien, in ein Triplett zerlegt ist.

Die mittlere Komponente des Tripletts findet sich an der Stelle der ursprünglichen Linie. Jede Komponente des Tripletts ist linear polarisiert. Während aber die Schwingungen der mittleren Komponente parallel zur magnetischen Kraft vor sich gehen, erfolgen jene der äußeren Komponenten senkrecht zu dieser Kraft. Ich werde Ihnen einige Beispiele solcher Tripletts vorführen. Es sind dies Vergrößerungen nach Negativen. Die schwarzen Linien sind in Wirklichkeit helle Emissionslinien. Das erste Beispiel ist eine zerlegte Quecksilberlinie, das zweite eine Zinklinie, dann folgt ein Teil des Eisenspektrums mit zahlreichen Tripletts.

Die lineare Polarisation der Komponenten des Tripletts läßt sich mit Hilfe zweier gelber Quecksilberlinien zeigen. Auf der ersten Hälfte der Platte sind die äußeren Komponenten mittels eines passend orientierten Kalkspatrhomboeders ausgelöscht, auf der zweiten Hälfte ist die innere Komponente ausgelöscht.

Man sieht deutlich, daß die Polarisation eine vollkommene ist, und gleichzeitig, daß die Komponenten sehr scharf sind. Das Magnetfeld gestattet uns also, die einfachste Strahlung

1) Vortrag, gehalten in der Sitzung der Société française de Physique vom 19. April 1911.

eines Gasmoleküls zu erhalten, nämlich Wellen mit polarisierten Schwingungen.

In der Richtung des Magnetfeldes sieht man im Spektrum an Stelle der ursprünglichen Linien Dupletts. Jede der Komponenten ist zirkular polarisiert, eine rechtsläufig, die andere linksläufig. Sie sind zu beiden Seiten der ursprünglichen Linie angeordnet. Ich habe diese Zirkularpolarisation zum ersten Male an den Natriumlinien beobachtet. Ich werde mir erlauben, Ihnen ein Negativ zu zeigen, das diese Linien betrifft. Infolge eines sehr einfachen Kunstgriffes, der zum ersten Male von König und von Cornu angewandt worden ist, läßt der eine Teil des Feldes nur rechtsläufig zirkular polarisiertes Licht hindurch, der andere linksläufig zirkular polarisiertes. Der ursprüngliche Strahl erscheint in zwei Stücke zerbrochen, die nach verschiedenen Seiten verschoben worden sind.

Damit haben wir den Beweis dafür, daß es sich um zwei in entgegengesetztem Sinne polarisierte Komponenten handelt.

Etwas sehr Bemerkenswertes bei diesen Polarisationserscheinungen ist die Vollkommenheit der Polarisation. So haben wir bei der Zirkularpolarisation keine Spur von unpolarisiertem Licht, obschon das Vorhandensein eines solchen Lichtes mit der Symmetrie des Magnetfeldes vereinbar ist. Vor zwei Jahren habe ich gelegentlich einer zu diesem Zwecke angestellten Untersuchung zeigen können, daß bei den Natriumlinien sicherlich 99 v. H. des Lichtes der Dupletts zirkular polarisiert ist. Bei den übrigen Linien, die ich untersucht habe, habe ich analoge Ergebnisse erhalten.

Ich möchte Ihnen nunmehr mit einigen Worten die Theorie von Lorentz in Erinnerung bringen.

Wir können die Bewegungen der in den Molekülen einer Lichtquelle enthaltenen Elektronen in geradlinige Schwingungen längs der Kraftlinien und in senkrecht zu diesen Linien verlaufende zirkulare Schwingungen zerlegen. Die Magnetkraft verändert diese geradlinigen Schwingungen nicht, die Periode der Zirkularbewegungen aber wird, je nach dem Sinne der Drehung, verkleinert oder vergrößert. Man begreift also, daß es möglich war, die Beobachtung der Tripletts und der Dupletts, sowie die zugehörigen Polarisationsverhältnisse vorauszusagen. Vielleicht wird dieses kleine Modell, das Sie hier sehen, Ihnen die Vorstellung dieser drei Bewegungszustände der Elektronen erleichtern.

Anfänglich hat man geglaubt, daß alle Spektrallinien in Tripletts zerlegt werden würden. Durch eine eingehende Untersuchung hat Cornu gezeigt, daß die Natriumlinien sich anders verhalten. Bei der Linie D_1 wird die mittlere Komponente des Tripletts noch einmal in zwei Teile zerlegt; das Triplett ist zu einem Quadruplett geworden. Bei der Linie D_2 verdoppelt sich jede der Komponenten, und die Zerlegungsfigur ist ein Sextett. Man kann sich von den Emissionslinien des Natriums in einem starken Magnetfelde mit Hilfe der Negative, die ich jetzt projizieren will, eine Vorstellung machen. Sie sehen hier zunächst das Quadruplett D_1, alsdann das Sextett D_2. In der schematischen Zeichnung, Fig. 1, sind die Zerlegungen in demselben Maßstab dargestellt; *a* bezieht sich auf die Beobachtung senkrecht zu den Kraftlinien,

Fig. 1.

b auf die Beobachtung in der Richtung der Kraftlinien. Wenn das Feld schwach ist, verhält sich D_2 in einer zum Felde senkrechten Richtung wie ein Triplett und in Richtung des Feldes wie ein Duplett.

In schwachen Feldern, oder wenn die Linien nicht fein sind, macht D_1 in beiden Hauptrichtungen den Eindruck eines Dupletts.

Die schematische Zeichnung läßt auch erkennen, daß eine einfache Beziehung zwischen der Größe der Zerlegungen bei D_1 und D_2 besteht. Dieses Verhältnis hat Herr Runge noch für andere Fälle klargestellt.

Aus der Zerlegung in ein Triplett kann man den Wert von e/m, also das Verhältnis der Ladung eines Elektrons zu seiner Masse, ableiten.

Wie Sie wissen, ist der Wert, den man auf diese Weise für diesen Quotienten gefunden hat, nahezu derselbe, den man aus den Eigenschaften der Kathodenstrahlen ableitet. Übrigens muß man in beiden Fällen auf das Vorhandensein negativ geladener Teilchen schließen. Man gelangt so zu dem wichtigen Schlusse, daß das, was in einer Flamme oder in einem Funken schwingt, dasselbe ist, wie das, was in den Kathodenstrahlen ausgeschleudert wird.

Bei den komplexen Zerlegungen schien es nun, als ob die einfache Beziehung zwischen zwei auf den ersten Blick so verschiedenartigen Naturerscheinungen vollständig verloren ginge. Runge hat aber eine Regel angeben können, die zum Ausdruck bringt, daß die komplexen Zerlegungen ebenfalls zu dem normalen Werte von e/m in Beziehung stehen. Diese Fälle be-

ruhen also gleichfalls auf den gewöhnlichen negativen Elektronen, obgleich man ohne Erläuterungen bei den Zerlegungen von der Art, wie ich sie Ihnen hier zeige, nicht mehr viel von dem einfachen Triplett sieht. Dies hier ist eine Gruppe aus dem Spektrum des Magnesiums, die in ein Triplett, bzw. ein Sextett und ein Septett zerlegt wird; dann sehen Sie hier ein Nonett aus dem Spektrum des Quecksilbers.

Die gewaltige Regelmäßigkeit dieser magnetischen Zerlegungen wird noch oft die Mathematiker zu neuen Versuchen zu ihrer theoretischen Erklärung ermuntern. Man hat sich bislang noch kein Bild von einem Elektronensystem machen können, das in einem Magnetfelde auch nur ein Nonett liefern würde. Ebensowenig ist es wahrscheinlich, daß man auf dem Gebiete der magnetischen Zerlegungen den Weg über die Gesetze der analogen Vorgänge in den Kristallen nehmen muß, um die Vorgänge in einer amorphen Substanz zu begreifen. Wie Voigt in seiner „Kristallphysik" darlegt, wird dieser Weg zu einem vollständigeren Verständnis vieler Dinge führen. Aber dabei denkt Voigt offenbar an andere Vorgänge als an die magneto-optischen Vorgänge in Kristallen, wie Xenotim und Tysonit. Die Emissionslinien der Gase verhalten sich einfacher als die Absorptionslinien der Kristalle, die Herr Jean Becquerel mit so großem Erfolge untersucht hat, oder als die der Verbindungen mit selektiver Absorption, die in der schönen Arbeit der Herren du Bois und Elias behandelt werden.

Wir haben bisher von den Emissionslinien der Gase gesprochen. Der magnetischen Zerlegung der Emissionslinien nun entspricht eine analoge Veränderung der Absorptionslinien. Wenn man weißes Licht durch eine absorbierende Flamme hindurchgehen läßt, so beobachtet man in dem kontinuierlichen Spektrum dunkle Absorptionslinien, die unter dem Einflusse eines Magnetfeldes in derselben Weise zerlegt und polarisiert werden, wie die Emissionslinien. Das hat man bereits bei den ersten Versuchen festzustellen vermocht; Cotton, König und Righi haben diesen Punkt aber gründlicher untersucht. Der Kürze halber wollen wir diese magnetische Zerlegung der Absorptionslinien als „inversen Effekt" bezeichnen.

Die Erklärung für diesen inversen Effekt finden wir in dem allgemeinen Gesetz der Resonanz. Wenn in einer Flamme, die einem Magnetfelde ausgesetzt ist, drei Arten freier Schwingungen bestehen können, so kann eben diese Flamme eben diese Schwingungen auffallendem weißem Licht entziehen. Es ist somit klar, daß sie Schwingungen von ganz bestimmter Periode und bestimmter Schwingungsrichtung absorbiert. Schwingungen von derselben Periode wie der ursprüngliche Strahl werden absorbiert, wenn sie parallel zur Magnetkraft sind. Wenn sie senkrecht zu dieser schwingen, so gehen sie durch die Flamme hindurch, obgleich sie dieselbe Periode haben wie der ursprüngliche Strahl.

Eine analoge Überlegung läßt sich auf die äußeren Komponenten eines Tripletts anwenden.

Die Erscheinungen, die man in einer zum Felde senkrechten Richtung beobachtet, werde ich zuweilen mit dem Namen „Transversaleffekt" bezeichnen, jene, die man in Richtung der Kraftlinien beobachtet, mit dem Namen „Longitudinaleffekt".

Vieles von dem, was ich jetzt über diese beiden Hauptfälle des inversen Effektes sagen will, kann man bereits in anderer Form in der schönen Monographie von Cotton finden. Bei einer allgemeinen Untersuchung über den inversen Effekt, die ich vor kurzem in Gemeinschaft mit Herrn Dr. Winawer, Assistenten am Amsterdamer Institut, unternommen habe[1]), habe ich aber ebenfalls diese Hauptfälle betrachten müssen. Unsere Versuchsanordnung war folgende: Das weiße Licht kommt von dem glühenden positiven Krater einer Bogenlampe und geht durch eine zwischen den Polen eines du Boisschen Halbkreismagneten angeordnete Natriumflamme hindurch. Dieses Licht fällt dann auf ein stigmatisch aufgestelltes Rowlandsches Gitter.

Durch einen Kunstgriff kann man drei Streifen erhalten. Der obere und der untere Streifen zeigen den Einfluß eines polarisierten Lichtes auf die Erscheinung. Der mittlere Streifen zeigt die Erscheinungen so, wie sie sich in natürlichem Lichte darstellen.

Nach diesem Verfahren haben wir Versuche an Natriumdampf von verschiedener Dichte angestellt. Wir wollen zunächst einige Ergebnisse erwähnen, die wir für den Transversaleffekt gewonnen haben.

Um einen Überblick über die Erscheinungen zu geben, wollen wir drei Phasen, je nach der Dichte des Dampfes, unterscheiden.

In der ersten Phase ist die Dichte des Dampfes sehr gering. Im mittleren Streifen ist die Absorption kaum merklich[2]), oder man sieht wohl das inverse Quadruplett oder das inverse Sextett mit schwachen Komponenten. Im oberen und im unteren Streifen dagegen sind die Komponenten schwarz und sehr scharf.

1) Zeeman und Winawer, Proc. Amsterd. 1910; Astrophys. Journ., Dez. 1910; Arch. néerl. (2) 15, 453; diese Zeitschr. 11, 533, 657, 880, 1910.

2) Siehe die Tafeln zu den genannten Arbeiten.

Die Erklärung für diesen Kontrast in der Intensität ist sehr einfach.

Jede Komponente absorbiert nämlich nur die Hälfte des einfallenden Lichtes; die Schwingungen, die nicht mit den Eigenschwingungen einer Komponente zusammenfallen, gehen fast unbehindert hindurch.

Bei einer mittleren Dichte des Dampfes tritt die zweite Phase des Phänomens in Erscheinung. Im oberen und im unteren Felde sind die Komponenten nicht mehr getrennt zu unterscheiden. Dagegen sieht man im mittleren Streifen jetzt, besonders beim Quadruplett, feine dunkle Linien, die näher zur Mitte liegen als die äußeren Komponenten des Quadrupletts.

Diese Eigentümlichkeiten und andere ähnlicher Art erklären sich aus einer teilweisen Überdeckung der Komponenten der zerlegten Linie.

Wenn die Intensitäten der drei Komponenten eines Tripletts durch die Kurven der Figur dargestellt werden, die Sie hier sehen, und wenn natürliches Licht durch die Flamme hindurchgeht, so sind zwei Absorptionsmaxima vorhanden, die ungefähr den Schnittpunkten der Kurven entsprechen. Die vertikalen Schwingungen und ebenso die horizontalen werden nämlich an dieser Stelle stark absorbiert werden. Sobald man aber in den Strahlengang ein Nicol mit vertikaler Schwingungsrichtung einschaltet, sieht man zwei dunkle Linien, deren Dunkelheitsmaxima mit den Gipfeln der Kurven für die vertikalen Schwingungen zusammenfallen.

Mit dem Nicol liegen die dunklen Linien weiter auseinander als ohne Nicol. Im Spektrum der Sonnenflecken wird man vermutlich Beispiele für diese Änderung des Abstandes der Doppellinien finden können.

Als dritte Phase wird man den Fall betrachten können, wo der Dampf sehr dicht ist. Das nächste Bild bezieht sich auf diesen Fall. Man kommt damit, genau genommen, auf meine allerersten Versuche über breite Linien in schwachen Magnetfeldern zurück. Der Einfluß des Feldes ist an den Rändern der breiten Spektrallinien kaum festzustellen.

Zur Beobachtung des longitudinalen inversen Effektes müssen die Pole des Elektromagnets durchbohrt sein, damit man in der Richtung der Kraftlinien beobachten kann.

Ohne Polarisation des Lichtes sieht man nur wenig scharfe Absorptionslinien. Die Komponenten, die im Emissionsspektrum rechtsläufig zirkular polarisiertes Licht aussenden, absorbieren jetzt diese Lichtart und lassen somit das linksläufig zirkular polarisierte Licht hindurch. Die Zerlegung der Linien und ihr Polarisationszustand sind sehr deutlich zu beobachten, sobald man mit einem Fresnelschen Rhombus und einem Kalkspatrhomboeder arbeitet.

Wenn der Dampf verdünnt ist, so beobachtet man die erste Phase. Wiederum stellt man fest, daß die Zirkularpolarisation vollkommen ist.

Wenn der Dampf ziemlich dicht ist, so zeigt sich die zweite Phase. Ich lenke Ihr Augenmerk besonders auf die D_2-Linie im mittleren Streifen. Es scheint, als sei sie nicht zerlegt, und sie erscheint von weniger dunklen Banden umsäumt zu sein. Die Erklärung ist wiederum sehr einfach. Wir haben es abermals mit einer Überlagerungserscheinung von derselben Art zu tun wie beim Transversaleffekt. Jetzt sind aber die Komponenten in entgegengesetzten Richtungen zirkular polarisiert.

Bis hierher bezogen sich unsere Betrachtungen auf die beiden Hauptfälle der magnetischen Zerlegung. In letzter Zeit hat aber die Untersuchung der magnetischen Wirkung in einer zum Felde schrägen Richtung eine besondere Bedeutung für die Astrophysik gewonnen. Vor noch gar nicht langer Zeit lag über diesen allgemeinen Fall nur eine einzige Experimentaluntersuchung von Bedeutung vor, nämlich die von Righi aus dem Jahre 1899. Wenigstens war dies die einzige, in der wirklich von einer Zerlegung von Linien die Rede war, denn bei den Versuchen von Egoroff und Georgiewsky über die partielle Polarisation reichte die angewandte Dispersion bei weitem nicht aus, um eine Zerlegung zu erhalten.

Nach der elementaren Theorie von Lorentz läßt sich leicht voraussehen, was man in einer Richtung schräg zu den Kraftlinien beobachten muß. Nehmen wir wieder unser Modell zu Hilfe! Es läßt sich folgendes nachweisen: Wenn man in einer Richtung beobachtet, die mit den Kraftlinien den Winkel ϑ bildet, so ist alles durch die Projektion der Bewegungen der Elektronen auf eine zur Beobachtungsrichtung senkrechte Ebene bestimmt. Man wird also in der Richtung ϑ ein Triplett beobachten, dessen äußere Komponenten in entgegengesetzten Richtungen elliptisch polarisiert sind. Die mittlere Komponente ist linear polarisiert; ihre Intensität nimmt in dem Maße ab, wie sich ϑ dem Werte o nähert; gleichzeitig nähern die Ellipsen sich mehr und mehr Kreisen.

In seiner erwähnten Arbeit hat Righi bereits die Elliptizität der äußeren Komponenten festgestellt und gemessen.

Um die Wahrheit zu sagen, ist die elementare Theorie ohne weiteres nur auf Tripletts anzuwenden; die Natriumlinien zeigen denn auch eine Abweichung zwischen Theorie und Beobachtung in dem Sinne, daß für $\vartheta = 45^0$ die inneren Komponenten sehr wenig geschwächt sind.

Ich werde Ihnen für den Fall $\vartheta = 60^0$ ein Negativ zeigen, auf dem die Elliptizität sehr gut festgestellt werden kann.

Auf dem Wege des Strahlenbündels befindet sich außer dem Rhomboeder ein Fresnelscher Rhombus, das so aufgestellt ist, daß seine Hauptebene mit der Horizontalen einen Winkel von 45^0 bildet. Bei D_1 sieht man im oberen und im unteren Felde zwei Komponenten, deren Stärke sehr ungleich ist, ein starker Beweis für die Elliptizität der Schwingungen. Wenn das Licht zirkular polarisiert wäre, so würde man in jedem Streifen nur eine Komponente sehen.

Ich könnte schon jetzt zu Ihnen von der Anwendung der magnetischen Zerlegung auf die Physik der Sonne reden. Das würde mit der historischen Entwicklung des Gegenstandes in Einklang stehen, denn die Entdeckung der Magnetfelder auf der Sonne durch Hale beruhte einzig und allein auf dem bisher über den magnetischen Effekt Gesagten. Es gibt aber einen Gesichtspunkt, von dem aus betrachtet das Problem der magnetischen Zerlegung in den Sonnenflecken verwickelter ist als die Fragen, die wir bisher behandelt haben. Bei der Betrachtung des Falles, daß die Beobachtungsrichtung mit den Kraftlinien einen beliebigen Winkel bildet, haben wir die elementare Theorie von Lorentz angewandt. Diese ist nun aber nur so lange anwendbar, als man es mit sehr feinen Spektrallinien zu tun hat, oder genauer, nur dann, wenn die Breite der Komponenten der zerlegten Linie im Vergleich zu ihrer Entfernung voneinander gering ist. Bei den Anwendungen in der Astrophysik ist nun diese Bedingung nicht erfüllt. Wir müssen also von einer allgemeineren Theorie ausgehen. Die Ergebnisse dieser Theorie weichen in gewissen Gesichtspunkten von denen der elementaren Theorie ab.

Wie Ihnen bekannt ist, haben Voigt und Lorentz eine allgemeine Theorie ausgearbeitet. Bei den Betrachtungen von Voigt handelt es sich hauptsächlich um den inversen Effekt, und man gelangt unter Benutzung des auf den vorliegenden Fall ausgedehnten Kirchhoffschen Gesetzes zu Schlußfolgerungen über die Emission im Magnetfelde. Dieser scheinbare Umweg wird dadurch gerechtfertigt, daß es viel einfacher ist, die Absorption in einem System aufeinanderwirkender Elektronen zu behandeln als die Emission eines solchen Systems. Man berücksichtigt die Eigentümlichkeiten der Absorption, indem man zu den Bewegungsgleichungen für die Fortpflanzung des Lichtes Glieder hinzufügt, die einen Widerstand darstellen.

Voigt hat aus seiner Theorie wichtige Schlußfolgerungen hergeleitet. Er hat eine Beziehung zwischen der magnetischen Zerlegung und dem Faradayeffekt, sowie zwischen dem magnetischen Effekt und der magnetischen Doppelbrechung zu finden vermocht.

Aber ich würde Gefahr laufen, unseren eigentlichen Gegenstand aus den Augen zu verlieren, wollte ich auf die Vorzüge dieser Theorie weiter eingehen.

Die Ergebnisse, zu denen die Theorie der Fortpflanzung des Lichtes in einem absorbierenden Medium führt, das magnetischen Kräften unterliegt, sind verhältnismäßig einfach. Am besten kann man einen Begriff davon geben, wenn man zunächst an die Gesetze der Fortpflanzung des Lichtes in einem gewöhnlichen doppeltbrechenden Medium erinnert.

In einem Kristall wie Kalzit können sich ebene, linear polarisierte Wellen von ganz bestimmten Schwingungsrichtungen fortpflanzen. In jeder Richtung gibt es somit zwei Hauptstrahlen, von denen jeder seine Fortpflanzungsgeschwindigkeit hat und sich unabhängig von dem andern fortpflanzt. Die beiden Strahlenbündel werden übrigens in gleicher Weise absorbiert. Das gilt nicht mehr in einem absorbierenden Kristall, wo die Hauptstrahlen nicht linear polarisiert bleiben, sondern eine elliptische Polarisation annehmen.

Die Erscheinungen, die Cotton an gewissen stark gefärbten Flüssigkeiten beobachtet hat, zeigen hiermit viel Ähnlichkeit. Gewisse von diesen Lösungen drehen die Polarisationsebene außerhalb des Magnetfeldes und weisen für rechtsläufig und für linksläufig zirkular polarisiertes Licht verschiedene Absorption auf.

Eine Erscheinung derselben Art muß sich nach der Theorie in der Magnetooptik zeigen. Die Theorie lehrt nämlich, daß sich in einem magnetisierten Metalldampf für jede Frequenz zwei elliptische Schwingungen von entgegengesetztem Drehungssinn fortpflanzen können. Für jeden Winkel ϑ, den die magnetische Kraft und die Fortpflanzungsrichtung miteinander bilden, gibt es zwei elliptisch schwingende Hauptstrahlen. Die Fortpflanzungsgeschwindigkeit und die Absorption sind für die beiden Strahlen ungleich. Bei einem gegebenen Winkel ϑ hängt übrigens die Differenz von der Schwingungszahl n ab.

Lorentz hat aus der Theorie verschiedene Folgerungen abgeleitet, die sich einer Prüfung durch das Experiment unterwerfen lassen.

Ich will über drei dieser Anwendungen der allgemeinen Theorie sprechen. Beachten Sie übrigens, daß die Ergebnisse der allgemeinen Theorie mit denen der elementaren Theorie verschmelzen, sobald die magnetische Zerlegung im Verhältnis zur Breite der Spektrallinien stark ist. Ergebnisse, welche die elementare Theorie

nicht voraussieht, wird man also nur dann beobachten können, wenn die Dichte des benutzten Dampfes stark ist, oder wenn die Feldstärke so schwach ist, daß die Komponenten der Dupletts und Tripletts unvollkommen getrennt werden.

Wir sind nunmehr genügend vorbereitet, um die Voraussagen der allgemeinen Theorie zu behandeln. Wir wollen, wie immer, annehmen, daß das Feld horizontal ist, und daß die Fortpflanzungsrichtung des Lichtstrahlenbündels horizontal ist.

Wenn die Komponenten des Tripletts nicht deutlich getrennt sind, so lehrt die Theorie, daß die Achsen der Schwingungsellipsen der äußeren Komponenten gegen die Vertikale geneigt sind. Nach der elementaren Theorie würden die großen Achsen der Ellipsen mit der Vertikalen zusammenfallen.

Bei meinen in Gemeinschaft mit Herrn Dr. Winawer ausgeführten Untersuchungen habe ich diese geneigte Lage beim inversen Effekt für die beiden D-Linien zeigen können. Bei einem Winkel ϑ von 69^0 und in einem Felde von ungefähr 18000 Gauß ist die Neigung der Achsen noch gering. Aber man kann das Vorhandensein dieser Neigung dadurch beweisen, daß man zunächst vor den Spalt des Spektroskops ein Nicol stellt, dessen Schwingungsrichtung mit der Horizontalen einen Winkel von 30^0 bildet. Dann sind die äußeren Komponenten bei einer bestimmten Feldrichtung, die wir als „Richtung 1" bezeichnen wollen, sehr schwach. Kehrt man die Feldrichtung um, so daß das Feld nunmehr die Richtung 2 annimmt, ohne sonst etwas an den übrigen Versuchsbedingungen zu ändern, so werden die äußeren Komponenten dunkler. Dieser Versuch beweist, daß das Phänomen nicht symmetrisch in bezug auf die Vertikale ist, das heißt, daß die Schwingungen der äußeren Komponenten geneigt sind. Mit Hilfe des Savartschen Polariskops kann man sogar diese „Geneigtheit" des Phänomens zeigen, ohne ein Spektroskop anzuwenden. Die von Egoroff und Georgiewsky entdeckte partielle Polarisation hat eine Hauptebene, die in bezug auf die Vertikale nicht symmetrisch ist. Das Savartsche Polariskop gestattet offenbar nicht, zu entscheiden, ob wirklich die äußeren Komponenten für die Neigung des ganzen Phänomens bestimmend sind.

Wenn man die Dichte des Dampfes sehr gering macht, so wird die Hauptachse der Ellipse vertikal. Man findet dann die Ellipsen der elementaren Theorie wieder.

Wir kommen nunmehr zu anderen Voraussagen der Theorie. Diese betreffen die Schwingungszahl n_1 der ursprünglichen Linie. Es zeigt sich für $n = n_0$ eine große Verschiedenheit in den Erscheinungen, je nachdem, ob der Winkel ϑ größer oder kleiner ist als ein gewisser Winkel ϑ_1. Dieser Lorentzsche Winkel ϑ_1 wird durch die Gleichung

$$\frac{\nu \sin^2 \vartheta_1}{g \cos \vartheta_1} = 1$$

bestimmt. In dieser Gleichung ist ν die Größe, welche die magnetische Zerlegung bestimmt, und g ist eine Größe, die als Maß für die Breite der Spektrallinie dienen kann und von den Konstanten des Dampfes abhängig ist.

Wenn die Beobachtungsrichtung zwischen der Richtung senkrecht zu den Kraftlinien und der ϑ_1 entsprechenden Richtung liegt, so beobachtet man im wesentlichen die Erscheinungen, die man beim Transversaleffekt sieht. Die beiden Hauptstrahlen sind linear polarisiert und unterscheiden sich voneinander durch ungleiche Absorptionskoeffizienten, während ihre Fortpflanzungsgeschwindigkeit dieselbe ist. Die Schwingungen der Hauptstrahlen bilden gleiche Winkel mit einer Linie OL (siehe Fig. 2), die

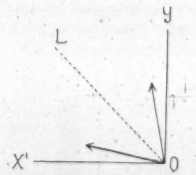


Fig. 2.

senkrecht auf dem Strahl steht und mit der Horizontalen einen Winkel von 45^0 bildet. (Wegen weiterer Einzelheiten sei auf unsere angeführte Arbeit verwiesen.)

Dagegen beobachtet man bei allen Werten von ϑ zwischen ϑ_1 und O etwas dem Longitudinaleffekt Ähnliches. Die Hauptstrahlen sind in entgegengesetztem Sinne elliptisch polarisiert (mit zusammenfallenden charakteristischen Ellipsen); sie werden in demselben Maße absorbiert, haben aber verschiedene Fortpflanzungsgeschwindigkeit.

Ich habe zusammen mit Herrn Winawer zeigen können, daß beim Natriumdampf die Schwingungen der mittleren Komponente tatsächlich linear und geneigt sind. Für Winkel, die größer sind als ϑ_1, lassen sich die Ergebnisse der Beobachtungen über den inversen Effekt in verhältnismäßig dichten Dämpfen in eine Figur zusammenfassen, die sowohl die Schwingungen der mittleren Komponenten als auch die Schwingungsellipsen der äußeren Komponenten in ihrer gegenseitigen Lage zueinander angibt (siehe Fig. 3).

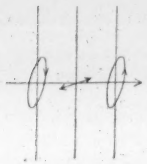


Fig. 3.

Das Vorhandensein eines Winkels ϑ_1, der die Gebiete des Longitudinaleffektes und des Transversaleffektes voneinander scheidet, zeigt sich beim inversen Effekt durch ein interessantes Phänomen, das zum ersten Male für $\vartheta = 16^0$ beobachtet worden ist. Ich will als Beispiel die Linie D_1 nehmen. In den Gang des Lichtstrahles wurde eine Viertelwellenlängenplatte gestellt, und mit Hilfe eines Kalzitrhomboeders wurde in bekannter Weise ein Doppelbild erzeugt. Bei wenig dichtem Dampfe erhält man dann eine Figur, wie sie schematisch in A (Fig. 4) dargestellt ist. Die vertikale Linie ist die Absorptionslinie des Lichtbogens selbst; sie hat mit dem Phänomen nichts zu tun.

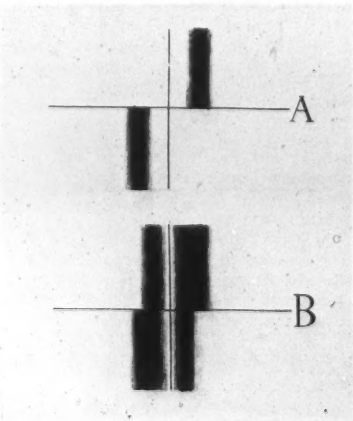


Fig. 4.

Sobald die Dichte des Dampfes beträchtlich wird, erhält man neue Komponenten in den ursprünglich hellen Feldern. Diese neuen Komponenten sind nicht polarisiert und sind in den übrigen Feldern nur von den zirkular polarisierten Komponenten bedeckt. Sie nehmen die Lage der inneren Komponenten des Quadrupletts ein. Es ist logisch, zu schließen, daß in einem Triplett eine unpolarisierte Komponente an der Stelle der ursprünglichen Linie erschienen sein würde.

Das Ergebnis erscheint paradox, denn man hat sich nach und nach daran gewöhnt, zu finden, daß die Komponente einer magnetisch zerlegten oder verschobenen Linie polarisiert ist. Man kann sich leicht davon Rechenschaft geben, daß genau in einem zwischen ϑ_1 und o liegenden Bereiche solche unzerlegten Linien auftreten können. Tatsächlich müssen die beiden elliptisch polarisierten Hauptstrahlen, die in diesem Bereiche auftreten können, denselben Absorptionskoeffizienten haben. In einem unpolarisierten kontinuierlichen Spektrum können sie also nur unpolarisierte Absorptionslinien hervorbringen. Das Vorhandensein solcher Strahlen beweist also das Vorhandensein eines Winkels ϑ_1. Bei sehr dichten Dämpfen ist es uns sogar gelungen, für $\vartheta = o$ Quadrupletts und Sextetts mit unpolarisierten inneren Komponenten zu erhalten.

Unsere Beobachtungen über den Winkel ϑ_1 sind an Absorptionslinien gemacht worden. Herr Elias hat für die Emissionslinie 5206 Å.-E. des Chroms, die in ein Triplett zerfällt, das Vorhandensein eines Winkels ϑ_1 von 10^0 nachweisen können.

Für das Folgende ist es notwendig, daß ich Sie noch an das Gesetz erinnere, das die Größe der magnetischen Zerlegung mit der Feldstärke verbindet. Es ist dies eine lineare Beziehung.

Gleich von Beginn meiner Untersuchungen an, bin ich von der Genauigkeit überrascht gewesen, mit der sich die Zerlegung der feinen Spektrallinien messen läßt. Man braucht nur einmal für ein Triplett einer bestimmten Substanz die zugehörige magnetische Feldstärke bestimmt zu haben, um in anderen Fällen sehr genau die letztere Größe aus der ersteren ableiten zu können. Wir verdanken gegenwärtig die Möglichkeit einer solchen Bestimmung der Feldstärke eines Magnetfeldes den genauen Messungen von Cotton und Weiss an den Zinklinien und von Gmelin an den Quecksilberlinien. Dank diesen Messungen braucht man nur einige Zinklinien zugleich mit den neuen Linien, die man untersuchen will, zu photographieren und hat es dann nur noch mit relativen Messungen der Zerlegung zu tun. Auf diese Weise hat Frau van Bilderbeek in meinem Institut die Eisenlinien untersucht.

Die Methode der Messung eines starken Magnetfeldes durch die Zerlegung der Spektrallinien ist auch von Kohlrausch anerkannt und von ihm als neunte Methode in die letzte Auflage seines Lehrbuches aufgenommen worden.

Der von dieser Gesellschaft vorbereitete neue

Band der physikalischen Konstanten wird auch eine Tabelle von Herrn Cotton über die absoluten magnetischen Zerlegungen enthalten.

Die Zerlegung der Spektrallinien kann gleichfalls dazu dienen, die magnetische Kraft gleichzeitig an verschiedenen Punkten einer und derselben Linie zu bestimmen. Ich kenne keine andere Methode, nach der dies möglich wäre. Das folgende Diapositiv wurde mit den gelben Quecksilberlinien in einem nicht homogenen Felde erhalten. Eine Vakuumröhre mit Quecksilber wird in das Feld gebracht, so daß ihre Längsrichtung senkrecht zu den Kraftlinien verläuft. Ein Bild von ihr wird auf den Spalt eines stigmatischen Spektroskops mit einem Rowlandschen Gitter entworfen. Wie Sie sehen, nimmt die Feldstärke nach den beiden Enden der Figur hin ab.

Bei der Linie 5770 Å.-E. liegt die mittlere Linie des Tripletts symmetrisch zwischen den äußeren Komponenten.

Bei der Linie 5790 Å.-E. ist eine Asymmetrie festzustellen, die besonders in der Mitte der Figur deutlich ist.

Ich habe diese Asymmetrie nach dem leistungsfähigen Verfahren von Pérot und Fabry untersucht.

Wir würden uns zu weit verlieren, wollten wir sie näher untersuchen. Übrigens sind Ihnen die neuen Arbeiten des Herrn Dufour über diesen Gegenstand bekannt.

Ich glaube, den Boden somit genügend vorbereitet zu haben, um über die magnetische Zerlegung der Linien der Sonnenflecken zu sprechen. Vor zwei Jahren hat Ihnen Herr Hale selbst über seine Aufsehen erregende Entdeckung berichtet[1]). Ich beabsichtige, Ihnen ganz kurz die historische Entwicklung der Frage vorzutragen und dann vom rein physikalischen Standpunkte aus einige Bemerkungen über die jüngsten Beobachtungen des Herrn Hale[2]) zu machen.

Im Jahre 1866 beobachtete Sir J. Norman Lockyer zum ersten Male das Spektrum der Sonnenflecken. Er entdeckte, daß mehrere der dunklen Linien des Sonnenspektrums in der ganzen Ausdehnung der Flecken verbreitert waren. Seither sind diese verbreiterten Linien von einer großen Anzahl von Forschern systematisch beobachtet worden. Young vom Observatorium zu Princeton fand, daß mehrere dieser Linien doppelt waren. Diese Tatsache erklärte man durch die Annahme, daß eine helle Linie der verbreiterten dunklen Linie übergelagert sei. Eine lebhaft glühende Gasmasse, die über dem Sonnenflecken schwebte, sollte diese helle Linie aussenden.

Mitchell, der zu jener Zeit ein Mitarbeiter von Young war, lieferte eine Zeichnung der verschiedenen Typen, die sich in den Linien der Sonnenflecken zeigten.

Im Jahre 1908 hat Hale prächtige monochromatische Bilder der Sonne mit der roten Linie H_α erhalten. Sie sind sehr reich an Details und zeigen in den Flecken eine Struktur, die an einen Wirbel erinnert, dessen Achse ungefähr längs des Sonnenradius verläuft und dessen Mittelpunkt der Flecken ist. Hale hat diesen Strukturen den Namen „Sonnenwirbel" gegeben und hat sich die Frage vorgelegt, ob nicht zufällig in diesen Wirbeln Elektronen kreisten, die somit ein Magnetfeld erzeugen würden. Das Spektrum der Sonnenflecken würde dann die optische Kundgebung dieses Feldes sein.

Tatsächlich konnte Hale nach und nach in dem Spektrum der Sonnenflecken die höchst charakteristischen Eigentümlichkeiten des inversen magnetischen Effektes wiederfinden.

Zuallererst gelang es ihm, deutliche Spuren von Zirkularpolarisation bei der Eisenlinie 6302,7 Å.-E. im Spektrum eines Fleckens zu finden, der in der Mitte der Sonnenscheibe lag. Ich möchte Ihnen hier Vergrößerungen einer der ersten gewonnenen photographischen Aufnahmen zeigen, die mir Herr Hale im Sommer 1908 liebenswürdigerweise geschickt hat.

In der Mitte des Gesichtsfeldes sehen Sie das Spektrum der Sonnenflecken, das mittels eines Fresnelschen Rhombus und eines Nicols analysiert worden ist. Als Vergleichsspektren sehen Sie darunter das der Penumbra und darüber das der Photosphäre. Die Linie 6302,7 Å.-E. ist durch einen Punkt bezeichnet. Auf der Photographie, die ich jetzt projiziere, ist die bezeichnete Linie in dem mittleren Streifen auf der Seite des roten Spektralendes dunkel. Wenn man das Nicol um 45° dreht, ohne an dem Rhombus irgend etwas zu ändern, so wird die Linie, die anfangs auf der roten Seite dunkel war, jetzt auf der violetten Seite dunkel. Damit ist bewiesen, daß das Licht der betrachteten Linie hauptsächlich zirkular polarisiert ist.

Die mit Kreuzen bezeichneten Linien sind durch Absorption in unserer Atmosphäre entstanden. Sie weisen glücklicherweise keinen Effekt auf.

Später hat Hale die Polarisation einer großen Anzahl Linien noch deutlicher zeigen können.

Die in Frage stehenden Erscheinungen zeigen

1) Siehe Journ. de Phys. (4) **8**, 461, 1909; Bull. des Seances de la Soc. franç. de Phys. 1909, S. 118; Hale, Contribution from the Mount Wilson Solar Observatory, 1908, Nr. 30; ferner diese Zeitschr. **9**, 834, 1908; Verh. d. D. Phys. Ges. **10**, 750, 1908.

2) Hale, Notes on solar magnetic fields and related phenomena. Publ. Astron. Soc. of the Pacific **22**, 63, 1910.

sich, wenn sich der Flecken in der Mitte der Sonnenscheibe befindet. Der Hauptcharakter ist der des Longitudinaleffektes. Wenn die Erklärung richtig ist, muß man also auch den Transversaleffekt beobachten, wenn der Flecken an den Rand der Sonnenscheibe gelangt ist.

Andererseits muß sich auch, wenn der Drehungssinn in dem Wirbel sich ändert, das Zeichen der Zirkularpolarisation ändern.

Die beiden Voraussagen haben sich erfüllt. Ich denke noch mit Freuden an den Augenblick, da ich am 21. September 1908 von Hale das Telegramm erhielt: „Vortices rotating opposite directions show opposite polarities; spot lines near limb plane polarised." (In entgegengesetztem Sinne kreisende Wirbel zeigen entgegengesetzte Polarität; Linien der Sonnenflecken nahe Rand geradlinig polarisiert.)

Der Transversaleffekt und der Longitudinaleffekt waren also alle beide auf der Sonne beobachtet worden. Das veranlaßt mich, hier die Worte zu wiederholen, mit denen kürzlich Herr Deslandres einen Vortrag in der Royal Institution begann: „Die Sonne ist ein prächtiger Gegenstand für Untersuchungen".

Außer den charakteristischen Polarisationserscheinungen liefert die Größe der Zerlegung der Spektrallinien in den Sonnenflecken ein Kriterium für die Richtigkeit der angenommenen Erklärung. Es besteht eine befriedigende Übereinstimmung zwischen der Größe der magnetischen Zerlegung, wie sie im Laboratorium gemessen wird, und jener, die man an den Sonnenfleckenlinien beobachtet. Wenigstens gilt dies für verschiedene Eisenlinien. Vergleicht man die im Laboratorium gefundene Zerlegung mit der an der Sonne beobachteten, so kann man also sehr leicht den Wert der Feldstärke in den Sonnenflecken erhalten. Die stärksten Felder, die Hale beobachtet hat, erreichen einen Wert von 4500 Gauß.

Wir wollen jetzt die Zeichnung von Mitchell projizieren. Die charakteristischsten Typen der Sonnenfleckenspektren sind die Typen Nr. 5, 6, 7 und 10 des Bildes.

Ich habe kürzlich in meinem Institut ganz ähnliche Zerlegungen erhalten. Die Typen 5′, 6′ und 7′[1] sind in einem ungleichförmigen Magnetfeld ohne Nicol oder sonstigen Analysator erhalten worden. 5′ ist das Quadruplett von D_1, senkrecht zur Feldrichtung beobachtet; 6′ ist das Sextett von D_2, Longitudinaleffekt, in einem in der Mitte sehr starken Felde; 7′ ist wiederum D_2, Transversaleffekt, in einem Felde mit schwächerem Maximum. 10′ stellt eine jener Superpositionserscheinungen dar, von denen ich erst gesprochen habe; das Feld ist gleichförmig, und die Beobachtung erfolgte parallel zur Feldrichtung.

Wir haben bisher angenommen, daß auf der Sonne die Linien der magnetischen Kraft ungefähr längs des Radius verlaufen. Das ist nun fast niemals der Fall, denn selbst wenn sich der Flecken nahe an der Mitte der Sonnenscheibe befindet, beobachtet man im allgemeinen Tripletts und keine Dupletts. Die Kraftlinien in einem Sonnenflecken müssen also mit der Sehlinie einen beträchtlichen Winkel bilden. Wir können also erwarten, daß die äußeren Komponenten der Tripletts elliptisch polarisiert sind. Die Beobachtungen stimmen tatsächlich mit dieser Voraussage überein.

Nach allem, was wir soeben gesehen haben, muß es theoretisch möglich sein, in jedem Flecken die Richtung der magnetischen Kraft zu bestimmen. In einem normalen Triplett ist nämlich die mittlere Komponente zweimal so stark wie jede der äußeren Komponenten, wenn $\vartheta = 90^0$ ist. Sie verschwindet dagegen für $\vartheta = 0$. Für dazwischenliegende Werte von ϑ ändert sich die Intensität der mittleren Komponente proportional mit $\sin^2\vartheta$. Aus dem Verhältnis der Intensitäten der mittleren Komponente und der seitlichen Komponenten kann man also ϑ herleiten, das heißt den Winkel, den die Kraftlinien mit der Sehlinie bilden.

Die Projektion der magnetischen Kraft auf die Sonnenscheibe erhält man übrigens auch direkt, sie ist nämlich parallel zur Schwingungsrichtung des Nicols in der Stellung, bei der die mittlere Komponente auf dem Maximum der Dunkelheit ist.

Man könnte auf diese Weise eine Karte der Magnetfelder auf der Sonne anfertigen Man könnte die Richtung der magnetischen Kraft im Raume vollkommen bestimmen, und gleichzeitig auch den absoluten Wert der Kraft, denn dieser würde durch die Größe der Zerlegung gegeben sein.

Es ist sehr bedauerlich, daß die neuesten Untersuchungen uns zwingen, in dieser Beziehung einige Vorbehalte zu machen. Alles eben Gesagte gilt nur, solange die elementare Theorie anwendbar ist. Nun sind die Komponenten der Sonnenfleckenlinien niemals scharf getrennt, so daß wir die Theorie anwenden müssen, die ich vorher als die allgemeine bezeichnet habe. Unter diesen Verhältnissen ergibt die Schwingungsrichtung der mittleren Komponente, wenn diese existiert, nicht mehr die Richtung der Projektion der magnetischen Kraft. Wir haben bei unseren Versuchen fest-

1) Siehe die Tafeln zu den genannten Arbeiten von Zeeman und Winawer.

gestellt, daß diese Richtungen um mehr als 40^0 voneinander abweichen können.

Da die großen Achsen der Schwingungsellipsen der seitlichen Komponenten gleichfalls geneigt sind, so gestatten diese Achsen ebensowenig, die Feldrichtung zu bestimmen.

Allerdings war bei meinen Versuchen diese letzte Abweichung immer sehr klein, und neuere Untersuchungen über diesen Gegenstand sind im Gange.

Wenn man mit Hilfe eines Nicols die äußeren Komponenten des Tripletts isoliert, so kann der Grad der Zerlegung immer als Maß für die magnetische Feldstärke dienen.

Andererseits scheint es mir, daß die allgemeine Theorie, die teilweise durch unsere Versuche bestätigt wird, gewisse Erscheinungen zu erklären gestatten wird, die Hale einer Drehung der Polarisationsebene zuschreibt. In gewissen Sonnenflecken hat man Tripletts beobachtet, die eine merkwürdige Eigenschaft aufwiesen. Wenn man dem Nicol eine bestimmte Stellung gab, war die mittlere Linie auf einer Seite des Schattens dunkel und auf der anderen Seite weniger dunkel. Drehte man das Nicol um 90^0, so kehrte sich das Aussehen der Linie um. Wenn man annimmt, daß auf der einen Seite des Schattens die magnetische Feldstärke und die Breite der Linien derartig sind, daß ϑ_1 am einen Rande größer ist als am andern, so erklärt sich damit zugleich eine Änderung der Schwingungsrichtungen der Komponenten.

Hier ist noch ein weites Feld für experimentelle Forschungen.

Wird es jemals gelingen, ein Magnetfeld in den zuweilen spiralförmigen Nebelsternen zu entdecken, deren Natur noch so rätselhaft ist?

In Frankreich arbeiten seit langem Physik und Astronomie Hand in Hand, und diese gemeinsame Arbeit ist überaus fruchtbar gewesen. Für den Gegenstand, der uns hier beschäftigt, ist die Bedeutung dieser gemeinsamen Arbeit sehr früh durch die Worte hervorgehoben worden, mit denen ich meinen Vortrag schließen will, und die ich einer Mitteilung von H. Becquerel und H. Deslandres an die Académie des Sciences aus dem Jahre 1898 entnehme: „L'influence magnétique met en évidence des différences jusqu'alors inconnues entre les raies d'un même spectre, et ouvre ainsi un monde nouveau de faits qui interéssent la Physique, la Chimie et même l'Astronomie". (Die magnetische Beeinflussung enthüllt bisher unbekannte Verschiedenheiten zwischen den Linien eines und desselben Spektrums und eröffnet somit eine neue Welt von Tatsachen, die für die Physik, für die Chemie und sogar für die Astronomie von Interesse sind.)

(Nach Journ. de Phys, Juni 1911, aus dem Französischen übersetzt von Max Iklé.)

(Eingegangen Oktober 1911.)

BESPRECHUNGEN.

Ritz, W., Gesammelte Werke. (Oeuvres publiées par la société suisse de physique.) gr. 8. XII u. 541 S. mit 48 Figuren und 1 Portrait. Paris, Gauthier-Villars, Imprimeur-Libraire. 1911. Fr. 18.—

Das Ergebnis eines kurzen, aber in intensiver Arbeit ausgeschöpften Lebens liegt in diesem Bande vor, herausgegeben von dem treuen Freunde des jung hinweggerafften genialen Mannes, dem Prof. P. Weiß in Zürich; mehrere wissenschaftliche Korporationen und eine Zahl für Ritz interessierter Einzelpersonen haben die würdige Ausgabe durch finanzielle Beihilfen ermöglicht.

Das Durchblättern des Buches weckt erneut die Trauer über das frühe Hinscheiden des seltenen Mannes, denn es läßt ahnen, was derselbe bei längerem Leben der Wissenschaft noch weiter gegeben hätte. Die Menge und Tiefe der Fragen, die Ritz während der wenigen ihm zur selbständigen Arbeit geschenkten Jahre in Angriff genommen hat, der Reichtum seiner Kenntnisse, die Originalität seiner Ideen — alles dies ist erstaunlich. Und den größeren Teil der hier gesammelten Leistung hat Ritz einem siechen Körper abgerungen, — während der letzten Jahre in dem sicheren Bewußtsein, durch seine Arbeit sein Leben noch zu kürzen, aber trotzdem entschlossen, lieber früher zu scheiden, als sich dem inneren Gebot seines schaffenden Geistes zu entziehen. Wir alle, die wir ihn in diesen Zeiten beobachten durften, werden das Bild seines stillen Heldentumes nicht vergessen. —

Die Ritzschen Arbeiten ordnen sich in drei Gruppen. Die erste beschäftigt sich mit den Gesetzen der Spektralserien und schließt diesen auch den Versuch einer Theorie der komplizierteren Zeeman-Effekte an. Die Umgestaltung und Erweiterung der von seinen Vorgängern (Rydberg, Kayser und Runge) aufgestellten Formeln, zu welchen Ritz durchgedrungen ist, hat sich bekanntlich in glänzender Weise bestätigt; zahlreiche neu aufgefundene Spektrallinien fanden durch die neuen Gesetze ihre Plätze im Systeme bereits vorbereitet.

Das letzte Wort in dieser schwierigen Frage scheint durch sie allerdings noch nicht gesprochen zu sein; aber eine sichere Grundlage ist ohne Zweifel erhalten, und die Fortbildung wird sich wohl nur auf Korrektionsglieder erstrecken.

Ob das ganz genial erfundene Ritzsche Atommodell, daß in einer Umgestaltung auch Gesetze für die Bandenlinien geliefert hat, sich wird halten lassen, darf allerdings bezweifelt werden. Jedenfalls scheint es

für den Zeeman-Effekt nicht das zu leisten, was Ritz angenommen hat.

Eine zweite Gruppe der Ritzschen Arbeiten betrifft eine neue Methode zur Lösung von Randwertaufgaben der theoretischen Physik, die gegenüber verwandten Versuchen sich durch Brauchbarkeit zur numerischen Durchführung spezieller Fälle auszeichnet. Ihre Ausarbeitung und Anwendung zur Lösung des vielumworbenen Problemes der Klangfiguren von quadratischen Platten bezeichnet vielleicht den reinsten und vollsten Erfolg dieser glücklichen Begabung.

Eine letzte Gruppe von Arbeiten umfaßt Untersuchungen über die Grundlagen der Elektrodynamik. In ihnen betätigt Ritz besonders seinen durchdringenden kritischen Scharfblick und beurteilt die bestehenden Theorien vielleicht etwas einseitig, aber in einer Weise, welche schon durch die volle Beherrschung des ungeheuren Gebietes Bewunderung erregt. Leider fehlt diesen Arbeiten der vom Autor beabsichtigte Abschluß. Von seinen eigenen Gedanken erfährt man nur Fragmentarisches, und die allgemeine Entwickelung der Wissenschaft zielt gegenwärtig nach anderer Richtung, so daß die gestreuten Samenkörner bisher nicht aufgegangen sind.

Neben dem Inhalt verdient auch die Form der Ritzschen Abhandlungen eine besondere Würdigung; die Darstellung ist nicht nur musterhaft klar, sondern entbehrt, besonders in den Arbeiten der letzten Gruppe, auch nicht des Schwunges und der Anmut. Zur Charakterisierung des Feuereifers, mit der Ritz arbeitete, dienen in willkommener Weise einige Auszüge aus seinen Briefen. Schließlich mag noch der warmen biographischen Skizze von der Hand des Herausgebers, des trefflichen P. Weiß, gedacht werden. Die Anhänglichkeit und Verehrung für den verstorbenen Freund, die aus derselben spricht, zeugt lebendig von dem Reiz, den dieser selbst ausstrahlte.

Göttingen, 18. XI. 1911. Voigt.

Herm. Th. Simon, Der elektrische Lichtbogen. Experimentalvortrag auf Wunsch des wissenschaftlichen Vereins zu Berlin gehalten am 11. Jan. 1911. Mit 31 Fig. und 1 Farbentafel, sowie 22 Versuchsbeschreibungen. 52 S. Leipzig, S. Hirzel. 1911. M. 2.—

In diesem Vortrag berichtet der Verfasser zusammenfassend über die bedeutungsvolleren Ergebnisse der Forschung über den elektrischen Lichtbogen, an der er bekanntlich selbst hervorragenden Anteil genommen hat.

Die Darstellung ist gemeinverständlich gehalten; selbst die so verwickelten Vorgänge beim Wechselstromlichtbogen und beim Gleichstrombogen mit übergelagerten Schwingungen werden dem Verständnis des gebildeten Nichtfachmannes näher gebracht. Erreicht wird dieses Ziel dadurch, daß sich die Darstellung auf die Hervorhebung der wesentlichen Züge des physikalischen Vorganges beschränkt, daß sie von anschaulichen Analogien Gebrauch macht, und daß sie von zahlreichen Versuchen unterstützt wird. Die beigegebenen Beschreibungen der zu den Versuchen verwendeten Apparatur werden vielen gewiß willkommen sein.

Aus dem Inhalte heben wir hervor: Versuche über den sprechenden, den lauschenden und den selbsttönenden Lichtbogen; die Beschreibung der Lichtbogenvorgänge mit veränderlichen Strömen an Hand der charakteristischen Kurven; die Erklärung der wesentlichen Seiten des Lichtbogenphänomens auf Grund der Vorstellungen der Ionentheorie. Zum Schlusse werden die wichtigeren Anwendungen des Lichtbogens in der Technik besprochen, von denen die Lichttelephonie und die Erzeugung hochfrequenter Schwingungen mittels der Poulsenschen Bogenlampe durch Versuche vorgeführt werden.

Wer sich über irgendeine Seite des durchwanderten weiten Gebietes eingehender zu unterrichten wünscht, findet in dem Büchlein überall Verweise auf die grundlegenden Literaturstellen.

Karl Willy Wagner.

Personalien.

(Die Herausgeber bitten die Herren Fachgenossen, der Redaktion von eintretenden Änderungen möglichst bald Mitteilung zu machen.)

Ernannt: Der Lecturer für Chemie an der Universität Liverpool Dr. H. Bassett zum Professor der Chemie am University College in Reading, der ord. Professor der Elektrochemie und chemischen Technologie an der Technischen Hochschule Stuttgart Dr. Erich Müller zum ord. Professor an der Technischen Hochschule Dresden, der Privatdozent für Physik an der Universität Berlin und ständige Mitarbeiter bei der Physikalisch-Technischen Reichsanstalt Dr. Eduard Grüneisen zum kaiserlichen Professor und Mitglied der Physikalisch-Technischen Reichsanstalt, Assistent Dr. Ing. W. Rogowski zum ständigen Mitarbeiter bei der Physikalisch-Technischen Reichsanstalt in Berlin, der Professor der allgemeinen Chemie an der École Supérieure de Pharmacie in Montpellier Astre zum Direktor des Instituts für Chemie an der Universität daselbst, der Assistant Professor für anorganische Chemie am Massachusetts Institute of Technology in Boston Fred. L. Bardwell zum Assistant Professor für allgemeine Chemie an der Case School of Applied Science.

Neuer Lehrauftrag: Professor Dr. M. Reinganum an der Universität Freiburg für Aerologie und Meteorologie; Professor Dr. Ernst H. Riesenfeld an der Universität Freiburg i. B. für qualitative Analyse.

Auszeichnung: Der ord. Professor der pharmazeutischen Chemie an der Universität Paris Dr. Charles Moureu wurde an Stelle von L. Troost zum Mitglied der Sektion Chemie der Académie des sciences gewählt.

Verliehen: Den Privatdozenten für chemische Technologie an der Technischen Hochschule Karlsruhe Dr. Aladar Skita und Dr. Leo Ubbelohde, dem Inhaber der optisch-astronomischen Werkstatt C. A. Steinheil Söhne in München, Dr. Rudolf Steinheil, dem Vorstandsmitglied bei den Farbenfabriken vorm. Fr. Bayer & Co. in Elberfeld Dr. Edmund Kloeppel, dem Privatdozenten der chemischen Technologie und Elektrochemie an der Technischen Hochschule Darmstadt Dr. Wilhelm Moldenhauer, dem Kustos am Chemischen Laboratorium des Bayerischen Staates in München Dr. Ludwig Vanino der Titel Professor, dem ord. Professor der Chemie an der Universität Erlangen Dr. Otto Fischer der Titel Geheimer Hofrat.

In den Ruhestand: Der Honorarprofessor für Chemie und Mineralogie an der Forstakademie Eberswalde Geheimrat Dr. Adolf Remelé, der etatsmäßige Professor für Wärmetechnik an der Technischen Hochschule Aachen Hugo Junkers.

Gestorben: Der Observator an der Sternwarte Dr. Jan Kowalczyk in Warschau, der Chemiker Dr. Artur H. Koelke in Neuyork, der frühere Assistent am Observatorium Greenwich William Thynne Lynn, der ord. Professor der medizinischen Chemie an der Universität Innsbruck Hofrat Dr. Wilhelm Franz Loebisch.

Für die Redaktion verantwortlich Professor Dr. Friedrich Krüger in Danzig-Langfuhr. — Verlag von S. Hirzel in Leipzig.
Druck von August Pries in Leipzig.

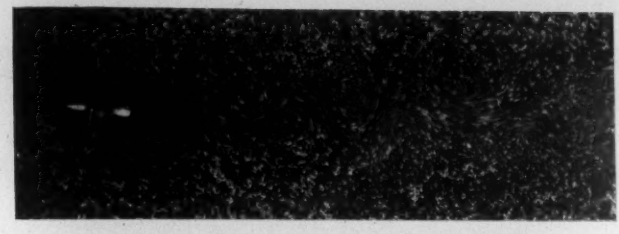


Fig. 3.

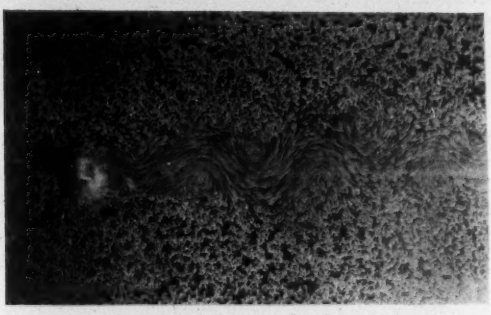


Fig. 4.

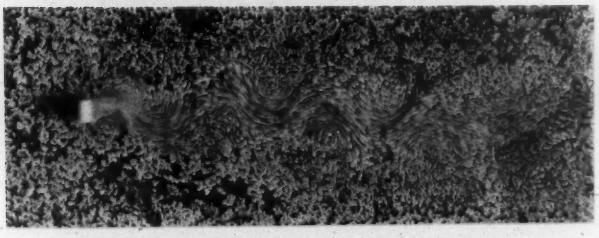


Fig. 5.

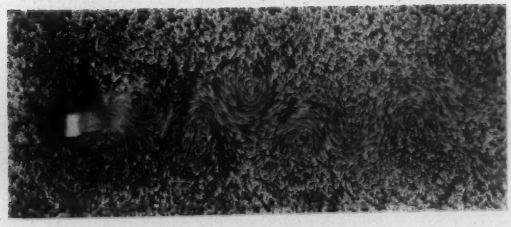


Fig. 6.

Fig. 7.

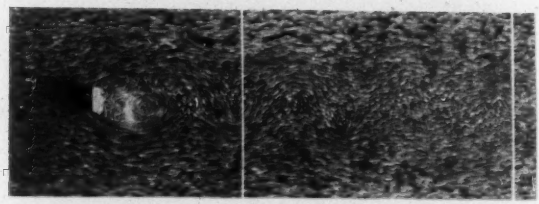


Fig. 8.

Fig. 9.

Fig. 10.

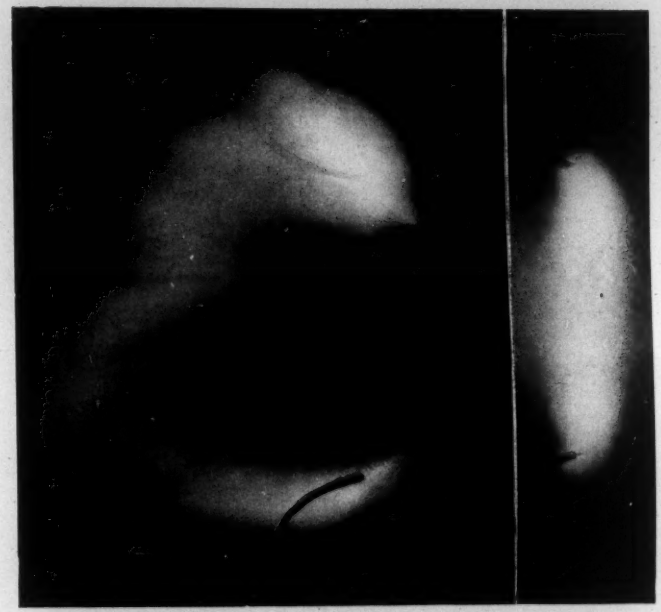


Fig. 4.

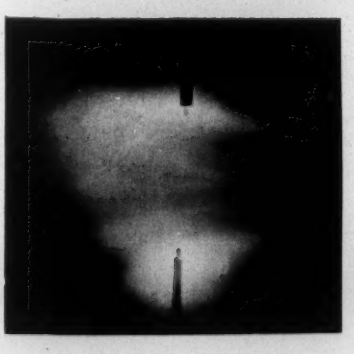


Fig. 8.

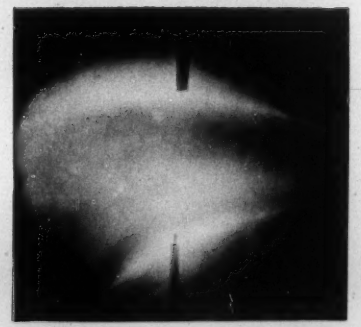


Fig. 9.

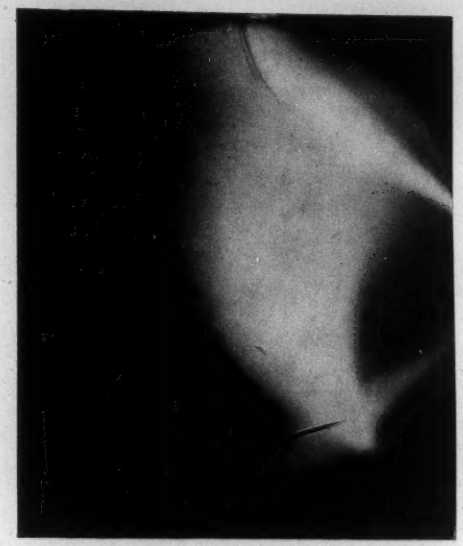


Fig. 10.

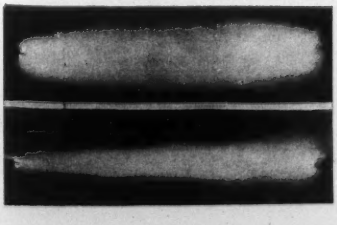


Fig. 11.

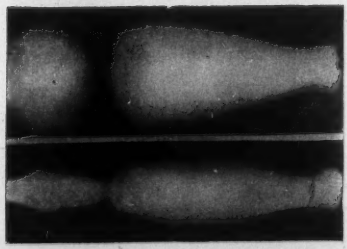


Fig. 12.

Augusto Righi, Über die Funkenentladung in einem verdünnten Gase und ihre Umwandlung in ein Bündel magnetischer Strahlen.

Verlag von S. Hirzel in Leipzig.